

Условия и решение задач
Открытой городской олимпиады по астрономии, астрофизике
и физике космоса им. Виктора Юрьевича Трахтенгерца
01 февраля 2015 г.

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- а) Генеральный конструктор ракеты для первого искусственного спутника Земли:
- 1) Армстронг;
 - 2) Браун;
 - 3) Королёв;
 - 4) Циолковский?
- б) Система Николая Коперника впервые утверждала:
- 1) Земля вращается вокруг своей оси;
 - 2) Луна вращается вокруг Земли;
 - 3) Земля вращается вокруг Солнца;
 - 4) Звёзды удаляются от нас?
- в) Ось вращения Земли направлена на:
- 1) центр Солнечной системы;
 - 2) Полярную звезду;
 - 3) созвездие Большая Медведица;
 - 4) текущее зодиакальное созвездие?
- г) Характерная толщина атмосферы Земли по сравнению с высотой горы Эверест:
- 1) того же порядка величины;
 - 2) существенно больше;
 - 3) существенно меньше?
- д) Эклипстикой называют:
- 1) инструмент для измерения склонений звёзд;
 - 2) календарь лунных затмений;
 - 3) нашу Галактику;
 - 4) путь Солнца относительно звёзд на небе?
- е) Граница день—ночь движется по экватору Земли:
- 1) быстрее скорости звука;
 - 2) медленнее скорости звука;
 - 3) быстрее первой космической скорости;
 - 4) со скоростью света?
- ж) Первое кругосветное путешествие совершили:
- 1) в 20 веке;
 - 2) в средние века—Новое время;
 - 3) во времена Римской империи;
 - 4) во времена Древней Греции?

2. Оцените толщину так называемого земного терминатора — переходной области от освещённой к неосвещённой стороне планеты, если угловой диаметр Солнца $0,5$ градуса, а длина земного экватора $40\,000$ км (рефракцией солнечных лучей в атмосфере пренебречь).

3. Во сколько раз Венера ближе к Солнцу, чем Земля, если максимальное угловое расстояние на небе между Солнцем и Венерой достигает 47° ?

4. Космический корабль летит с выключенными двигателями в далёком космосе. Радиолокаторы обнаруживают, что к кораблю приближается астероид со скоростью v . Неожиданно на расстоянии l от корабля астероид разбивается на множество осколков, которые разлетаются со скоростью u относительно своего центра масс. С каким минимальным постоянным ускорением a должен начать удаляться корабль от места взрыва, чтобы уклониться от осколков?

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- а) Полная Луна в Нижегородской области в зимнюю полночь находится (по сравнению с летней полночью):
- 1) выше над горизонтом;
 - 2) ниже над горизонтом;
 - 3) на той же высоте над горизонтом;
 - 4) может быть и ниже и выше?
- б) Международная космическая станция обращается вокруг Земли по сравнению с первым искусственным спутником примерно:
- 1) в 1,3 раза быстрее;
 - 2) в 1,3 раза медленнее;
 - 3) с той же скоростью?
- в) Первый человек был поднят в космос ракетой:
- 1) Ангара;
 - 2) Восток;
 - 3) Восход;
 - 4) Прогресс?
- г) Что такое экзопланета:
- 1) малая планета;
 - 2) планета-гигант;
 - 3) планета за поясом астероидов;
 - 4) планета у другой звезды (не Солнца)?
- д) Ядра железа на Земле образовались:
- 1) в начале жизни Вселенной;
 - 2) при взрывах сверхновых;
 - 3) при образовании Солнца;
 - 4) при формировании Земли?
- е) Телевизионные спутники с круговыми орбитами находятся на высоте:
- 1) 400 км;
 - 2) 40 000 км;
 - 3) на орбите Луны;
 - 4) на самых разных высотах?
- ж) Солнце излучает за счёт:
- 1) гравитационного сжатия;
 - 2) запасённой тепловой энергии;
 - 3) рекомбинации атомов водорода в молекулы;
 - 4) синтеза ядер химических элементов?

2. На какое наибольшее расстояние уходит комета Галлея от Солнца (в астрономических единицах), если она движется по сильно вытянутой орбите? Комета возвращается к Солнцу каждые 76 лет.

3. а) Определите кинетическую энергию $w_{\text{кин}}$, приходящуюся на 1 кг материала спускаемого аппарата, который начинает спуск на Землю с первой космической скоростью 8 км/с.

б) Покажите, что найденная величина превышает энергию $w_{\text{исп}}$, которая требуется на последовательный нагрев, плавление и даже испарение 1 кг железа. Для оценок примите теплоёмкость железа $c = 0,44$ кДж/(кг·К) одинаковой для любого агрегатного состояния и температуры; температура плавления $T_{\text{пл}} = 1800$ К, теплота плавления $c_{\text{пл}} = 250$ кДж/кг; температура кипения $T_{\text{исп}} = 3100$ К, теплота испарения $c_{\text{исп}} = 6100$ кДж/кг. в) Укажите, в какую форму энергии и какого вещества переходит кинетическая энергия аппарата за время спуска на Землю.

4. Когда космонавты долетят до Марса, смогут ли они увидеть без телескопа нашу Луну? Наблюдения проводятся в момент наибольшего углового расстояния между Землёй и Солнцем на небе Марса; радиус орбиты Марса 1,5 а. е. (1 а. е. = 150 млн км); радиус орбиты Луны 380 тыс. км; видимая звёздная величина полной Луны на Земле $m_{\text{ЛЗ}} = -12,5^{\text{m}}$; Луна в полнолуние в 13 раз ярче, чем в первой четверти. Человек видит невооружённым глазом звёзды до величины 6^{m} , угловое разрешение глаза около $1'$.

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- а) Планеты движутся вокруг Солнца по эллипсам так, что светило находится:
- 1) в центре эллипса;
 - 2) на большой оси эллипса;
 - 3) на малой оси эллипса;
 - 4) в фокусе эллипса?
- б) Во Вселенной электронов по сравнению с протонами:
- 1) существенно меньше;
 - 2) почти одинаковое количество;
 - 3) примерно на 6 % больше;
 - 4) существенно больше?
- в) Рентгеновское излучение от Солнца не наблюдается на поверхности Земли, поскольку рентгеновские лучи:
- 1) отражает назад корона Солнца;
 - 2) поглощает межпланетная пыль;
 - 3) отклоняет магнитное поле Земли;
 - 4) поглощает атмосфера Земли?
- г) Зонд «Розетта» обращался бы вокруг кометы Чурюмова—Герасименко, если бы его скорость была порядка:
- 1) 1 см/с;
 - 2) 1 м/с;
 - 3) 100 м/с;
 - 4) 8 км/с?
- д) Излучение Земли сосредоточено в диапазоне:
- 1) рентгеновском;
 - 2) оптическом;
 - 3) инфракрасном;
 - 4) Земля ничего не излучает?
- е) Какие звёзды живут всех меньше на главной последовательности:
- 1) самые тяжёлые;
 - 2) наименее яркие;
 - 3) звёзды типа Солнца;
 - 4) все звёзды живут примерно одинаково?
- ж) Что такое квазар:
- 1) двойная звезда с мощным рентгеновским излучением;
 - 2) нейтронная звезда с мощными радиоизлучением;
 - 3) активное ядро удалённой галактики;
 - 4) крупное шаровое скопление?

2. Оцените максимальную массу и диаметр метеороида, который будет почти остановлен атмосферой Земли до падения на нашу планету. Плотность вещества метеороида 3 г/см^3 , плотность воздуха $1,3 \text{ кг/м}^3$, приведённая высота атмосферы Земли 9 км.

3. Согласно современным представлениям наша галактика Млечный Путь погружена в облако тёмной материи, радиус которого много больше размера видимой составляющей Галактики. Оцените массу тёмной материи внутри видимой части Млечного Пути с радиусом порядка 50 тыс. световых лет, если звёзды на периферии Галактики движутся примерно с той же скоростью 250 км/с, что и Солнце, которое находится примерно на половине радиуса видимой части Галактики, т. е. 25 тыс. световых лет. При этом основная масса звёзд и газа сосредоточена в центральной части Галактики, радиус которой около 10 тыс. световых лет, и составляет 10^{12} масс Солнца.

4. Оцените минимальный диаметр сферического металлического спутника, который можно заметить невооружённым глазом на орбите с высотой 400 км. Видимая звёздная величина Солнца на Земле $m_{\odot} = -26,7^m$, человек видит звёзды до 6^m .

Справочные формулы для решения задач: площадь окружности с радиусом r равна πr^2 , площадь сферы с тем же радиусом — $4\pi r^2$, объём шара — $4\pi r^3/3$.

1. а) 3) Королёв.
- б) 3) Земля вращается вокруг Солнца.
- в) 2) Полярную звезду.
- г) 1) Того же порядка величины.
- д) 4) Путь Солнца относительно звёзд на небе.
- е) 1) Быстрее скорости звука.
- ж) 2) В средние века—Новое время.

2. 56 км.

Рассмотрим некоторую неподвижную относительно Земли точку на экваторе. Вечером эта точка, вращаясь вместе с Землёй, переходит сквозь неподвижный относительно Солнца терминатор из освещённой области в неосвещённую. Переход сквозь терминатор соответствует последовательному касанию Солнцем горизонта, закату и исчезновению Солнца за горизонтом. За время захода Солнце проходит по небосводу расстояние, равное своему угловому диаметру $0,5^\circ$. Но это видимое перемещение Солнца вызвано поворотом Земли вокруг своей оси на тот же угол $0,5^\circ$. Таким образом, прохождение выбранной точки на экваторе сквозь неподвижный относительно Солнца терминатор соответствует повороту Земли на $0,5^\circ$, что и определяет его толщину по долготе. Длина экватора 40 000 км соответствует повороту Земли на 360° , так что толщина терминатора составляет $40\,000 \text{ км} \cdot (0,5^\circ/360^\circ) = 56 \text{ км}$.

3. В $1/\sin(47^\circ) \approx 1,37$ раза.

При движении Венеры по орбите вокруг Солнца луч зрения на планету максимально отклоняется от светила, когда он становится касательной к орбите. В такой конфигурации луч зрения Земля—Венера перпендикулярен отрезку Солнце—Венера. Соответственно указанные отрезки Земля—Венера и Солнце—Венера образуют катеты в прямоугольном треугольнике, а гипотенуза — отрезок Солнце—Земля. Тогда отношение катета Солнце—Венера к гипотенузе Солнце—Земля равно синусу угла 47° между Солнцем и Венерой. Искомое отношение расстояний Солнце—Земля и Солнце—Венера равно $1/\sin(47^\circ) \approx 1,37$.

4. $(v + u)^2/(2l)$.

Рассмотрим движение осколков астероида относительно корабля. В момент взрыва непосредственно в сторону корабля вылетают осколки с относительной скоростью $v + u$. Равноускоренное движение корабля соответствует тому, что осколки тормозятся относительно аппарата с тем же ускорением a . Но тогда движение осколков относительно корабля эквивалентно движению в однородном поле силы тяжести с ускорением свободного падения a . Следовательно, осколки «поднимаются» от точки взрыва к кораблю на максимальную высоту $(v + u)^2/(2a)$. Если эта высота меньше удалённости корабля от точки взрыва l , то осколки не долетают до аппарата. Полученное требование $(v + u)^2/(2a) < l$ определяет искомое минимальное ускорение $a_{\text{мин}} = (v + u)^2/(2l)$, необходимое для ухода корабля неповреждённым.

Решение задач 10 класса

1. а) 1) Выше над горизонтом.
б) 3) С той же скоростью.
в) 2) Восток.
г) 4) Планета у другой звезды (не Солнца).
д) 2) При взрывах сверхновых.
е) 2) 40 000 км.
ж) 4) Синтеза ядер химических элементов.

2. $2 \cdot 76^{2/3}$ а. е. ≈ 36 а. е.

Согласно третьему закону Кеплера, период обращения кометы 76 лет соответствует её движению по эллипсу, у которого длина большой оси превышает диаметр земной орбиты (2 а. е.) в $76^{2/3}$ раза. Поскольку комета движется по сильно вытянутому эллипсу, то полученная длина большой оси её эллиптической орбиты $2 \text{ а. е.} \cdot 76^{2/3} \approx 36 \text{ а. е.}$ приближённо совпадает с искомым наибольшим удалением (афелием) кометы. В афелии комета Галлея выходит за орбиту наиболее удалённой планеты Нептун (радиус орбиты 30 а. е.) и приближённо касается орбиты Плутона (30–49 а. е.).

3. а) $w_{\text{кин}} = 32 \text{ МДж/кг.}$

б) $w_{\text{кин}} / (c_{\text{исп}} + c_{\text{пл}} + cT_{\text{исп}}) \approx 4 > 1.$

в) В тепловую энергию воздуха (в хаотическое движение молекул через промежуточную ионизацию воздуха и генерацию ударной звуковой волны).

а) Искомая удельная кинетическая энергия $w_{\text{кин}} = (8 \text{ км/с})^2 / 2 = 32 \text{ МДж/кг.}$

б) Наибольшая энергия требуется на испарение железа: $q_{\text{исп}} = c_{\text{исп}} = 6,1 \text{ МДж/кг.}$ На плавление железа затрачивается примерно в 25 раз меньше энергии, чем на испарение: $q_{\text{пл}} = c_{\text{пл}} = 0,25 \text{ МДж/кг.}$ На нагрев до температуры плавления и далее до температуры кипения также необходимо меньше энергии, чем на испарение, даже если нагрев производится от абсолютного нуля: $q_{\text{нагрев}} < cT_{\text{исп}} \approx 1,4 \text{ МДж/кг.}$ Таким образом, удельная кинетическая энергия $w_{\text{кин}}$ превышает энергию $q_{\text{исп}} + q_{\text{пл}} + q_{\text{нагрев}} \sim q_{\text{исп}}$ примерно в 4 раза.

в) Спускаемый аппарат тормозится до приемлемой для приземления скорости за счёт трения о воздух. Таким образом, кинетическая энергия спускаемого аппарата расходуется (преобразуется) в конечном итоге в тепловую энергию воздуха (энергию хаотического движения молекул воздуха), сквозь который пролетает спускаемый аппарат. Масса нагретого воздуха существенно превышает массу спутника, при этом в промежуточном состоянии воздух ионизуется (переходит в состояние плазмы), а также в нём создаётся регулярное движение в виде мощной (ударной) звуковой волны, как от гиперзвукового самолёта.

4. Смогут. Видимая звёздная величина Луны на Марсе $3,6^{\text{m}} < 6^{\text{m}}$, угловое расстояние между Луной и Землёй достаточно большое — примерно четверть видимого диаметра Луны на Земле.

Когда угловое расстояние между Солнцем и Землёй на небе Марса достигает максимального значения (элонгация), луч зрения с Марса на Землю касается орбиты Земли. В такой конфигурации отрезки Солнце—Земля (1 а. е.) и Марс—Земля образуют катеты в прямоугольном треугольнике, а гипотенуза — отрезок Солнце—Марс (1,5 а. е.). Тогда

по теореме Пифагора расстояние от Марса до Земли $r_{МЗ} = \sqrt{1,5^2 - 1^2}$ а. е. $\approx 1,12$ а. е. = 170 млн км. Увеличение расстояния до объекта в α раз уменьшает плотность потока принимаемого излучения в α^2 раз и, следовательно, увеличивает видимую звёздную величину объекта на $2,5 \lg(\alpha^2) = 5 \lg \alpha$ магнитуды. Таким образом, увеличение расстояния до Луны от 380 тыс. км до 170 млн км увеличивает её видимую звёздную величину на $5 \lg(170/0,38) \approx 13,3^m$.

Поскольку лучи от Солнца падают на Землю и Луну перпендикулярно лучу зрения с Марса на Землю, то Луна видна как серп в третьей четверти. Звёздная величина Луны в первой (или третьей) четверти увеличивается по сравнению с полной Луной на $2,5 \lg 13 \approx 2,8^m$.

Таким образом, видимая звёздная величина Луны составит «земную» величину $m_{лз} = -12,5^m$, увеличенную на найденные изменения $13,3^m$ и $2,8^m$: $-12,5^m + 13,3^m + 2,8^m = 3,6^m$. Найденная звёздная величина не превышает максимальную звёздную величину 6^m видимых невооружённым глазом звёзд. Поэтому Луна будет видна с Марса невооружённым глазом. Найденная звёздная величина $3,6^m$ примерно соответствует яркости звезды Мегрец в точке крепления ручки к ковшу в созвездии Большая Медведица.

Угловое расстояние между Луной и Землёй составит 380 тыс. км / $(170$ млн км) рад = $0,13^\circ$ — примерно $1/4$ от видимого диаметра Луны на Земле $0,5^\circ$, что вполне позволяет глазу разрешить Луну и Землю как два объекта.

1. а) 4) В фокусе эллипса.
- б) 2) Почти одинаковое количество.
- в) 4) Поглощает атмосфера Земли.
- г) 2) 1 м/с.
- д) 3) Инфракрасном.
- е) 1) Самые тяжёлые.
- ж) 3) Активное ядро удалённой галактики.

2. $m_{\text{макс}} = 300 \text{ т}$, $d_{\text{макс}} = 6 \text{ м}$.

При падении на Землю метеороид сталкивается с веществом — воздухом, плотность которого существенно меньше плотности метеороида. Поэтому метеороид порождает в воздухе движение, скорость которого порядка скорости метеороида (подобно тому, как тяжёлая стенка ударяет по покоящемуся лёгкому шарик и сообщает ему удвоенную скорость своего движения). Возбуждаемое метеороидом движение представляет собой направленные движение воздуха внутри ударной волны, расходящейся от трассы метеороида, а также хаотическое (тепловое) движение молекул воздуха, которое, в свою очередь, разрушает молекулы и отрывает электроны от атомов при столкновениях частиц — переводит воздух в состояние плазмы. Поскольку скорости метеороида и создаваемого им движения в воздухе одного порядка величины, то метеороид потеряет свой импульс (и кинетическую энергию), если возбудит движение в столбе воздуха с массой порядка массы метеороида.

Полагаем, что метеороид эффективно взаимодействует с воздухом в столбе, поперечное сечение которого порядка поперечного сечения метеороида $\pi d^2/4$ (в действительности поперечное сечение столба больше). Минимальная длина трассы метеороида в атмосфере равна высоте атмосферы $h = 9 \text{ км}$ (при наклонном падении длина трассы увеличивается). Таким образом, метеороид передаёт движение воздуху в столбе с объёмом не меньше $V_{\text{воз}} = (\pi d^2/4) h$, масса которого $m_{\text{воз}} = \rho_{\text{воз}} V_{\text{воз}} = \pi \rho_{\text{воз}} d^2 h/4$, где $\rho_{\text{воз}} = 1,3 \text{ кг/м}^3$ — плотность воздуха. Найденная масса воздуха $m_{\text{воз}}$ должна превышать массу метеороида $m_{\text{мет}} = \pi \rho_{\text{мет}} d^3/6$ для торможения тела, что даёт искомое ограничение на диаметр метеороида

$$d < d_{\text{макс}} = \frac{3}{2} \frac{\rho_{\text{воз}}}{\rho_{\text{мет}}} h = 1,5 \frac{1,3 \text{ кг/м}^3}{3000 \text{ кг/м}^3} 9000 \text{ м} \approx 6 \text{ м}.$$

Соответствующая максимальная масса метеороида $m_{\text{макс}} = \pi \rho_{\text{мет}} d_{\text{макс}}^3/6 \approx 300 \text{ т}$.

Отметим, что начальная масса Витимского болида (событие 2002 года) оценивается порядка 160 т, а начальная масса Челябинского метеорита (событие 2013 года) — 10 тыс. т. Основная масса этих метеороидов была остановлена и сгорела в атмосфере.

3. $1,3 \cdot 10^{12}$ масс Солнца.

Звёзды на периферии Галактики движутся в суммарном гравитационном поле звёзд и газа центральной части Галактики с массой $M_{\text{вид}} = 10^{12} M_{\odot}$ и в поле тёмной материи с некоторой искомой массой $M_{\text{тёмн}}$ (здесь M_{\odot} — масса Солнца). Соответственно, центростремительное ускорение звёзд на периферии v_{Γ}^2/r_{Γ} равно ускорению свободного падения $G(M_{\text{вид}} + M_{\text{тёмн}})/r_{\Gamma}^2$, создаваемого суммарной массой $M_{\text{вид}} + M_{\text{тёмн}}$ на расстоянии радиуса видимой части Галактики $r_{\Gamma} = 50 \text{ тыс. св. лет}$ (здесь G — гравитационная постоянная).

Тогда квадрат скорости движения периферийных звёзд определён выражением

$$v_{\Gamma}^2 = G (M_{\text{вид}} + M_{\text{тёмн}})/r_{\Gamma}. \quad (1)$$

Будем считать, что тёмная материя распределена однородно на пространственном масштабе видимой части Млечного Пути. Тогда на Солнце действует тёмная материя, масса которого в $(r_{\Gamma}/r_{\text{С}})^3 = 8$ раз меньше, чем $M_{\text{тёмн}}$ (здесь $r_{\text{С}} = r_{\Gamma}/2 = 25$ тыс. св. лет — радиус орбиты Солнца). Тогда квадрат скорости движения Солнца $v_{\text{С}}^2$ определяется той же формулой (1), где массу тёмной материи $M_{\text{тёмн}}$ следует заменить соответствующим значением $(r_{\text{С}}/r_{\Gamma})^3 M_{\text{тёмн}}$, а радиус r_{Γ} в знаменателе — на $r_{\text{С}}$:

$$v_{\text{С}}^2 = G [M_{\text{вид}} + M_{\text{тёмн}} (r_{\text{С}}/r_{\Gamma})^3]/r_{\text{С}}. \quad (2)$$

По условию задачи скорости движения Солнца и звёзд на периферии Галактики примерно одинаковые. Поэтому приравняем выражения (1) и (2) и находим искомую массу тёмной материи

$$\begin{aligned} M_{\text{тёмн}} &= M_{\text{вид}} \frac{1/r_{\text{С}} - 1/r_{\Gamma}}{1/r_{\Gamma} - r_{\text{С}}^2/r_{\Gamma}^3} = M_{\text{вид}} \frac{r_{\Gamma}/r_{\text{С}} - 1}{1 - (r_{\text{С}}/r_{\Gamma})^2} = M_{\text{вид}} \frac{r_{\Gamma}/r_{\text{С}}}{1 + (r_{\text{С}}/r_{\Gamma})} = M_{\text{вид}} \frac{2}{1 + 1/2} \approx \\ &\approx 1,3M_{\text{вид}} = 1,3 \cdot 10^{12} M_{\odot}. \end{aligned}$$

4. 46 см.

На спутник падает солнечное излучение, поток которого $F (\pi d^2/4)$ определяется плотностью потока F солнечного излучения (потоком через площадку единичной площади) на орбите Земли и поперечным сечением спутника $\pi d^2/4$, где d — диаметр спутника. Упавшее на спутник излучение равномерно рассеивается во все направления и на расстоянии $h = 400$ км плотность потока рассеянного излучения составит $F (\pi d^2/4)/(4\pi h^2) = F d^2/(16h^2)$, где знаменатель $4\pi h^2$ — площадь сферы с радиусом h . Таким образом, плотность потока излучения от спутника меньше плотности потока солнечного излучения F в $16h^2/d^2$ раз. Следовательно, видимая звёздная величина спутника на $2,5 \lg(16h^2/d^2) = 5 \lg(4h/d)$ больше видимой звёздной величины Солнца $m_{\odot} = -26,7^{\text{м}}$. Приравняем звёздную величину спутника $m_{\odot} + 5 \lg(4h/d)$ максимальной звёздной величине $m_{\text{макс}} = 6^{\text{м}}$ объекта, видимого невооружённым глазом. Это равенство определяет искомый диаметр спутника

$$d = 4h 10^{(m_{\odot} - m_{\text{макс}})/5} = 4(400\,000 \text{ м}) 10^{(-26,7-6)/5} \approx 46 \text{ см.}$$

Диаметр первого искусственного спутника Земли составляет 58 см, поэтому, в принципе, его можно было увидеть невооружённым глазом (если знать точные время и траекторию прохождения на небе).