

Условия и решение задач
Открытой городской олимпиады по астрономии, астрофизике
и физике космоса им. Самуила Ароновича Каплана
18 декабря 2011 г.

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- а) Наша Галактика называется:
- 1) Солнечная система,
 - 2) Млечный путь,
 - 3) Туманность Ориона.
- б) Названия Фобос и Деймос спутников Марса означают:
- 1) мужественный и решительный,
 - 2) щит и меч,
 - 3) страх и ужас.
- в) Раз в году Солнце проходит через созвездие:
- 1) Орион,
 - 2) Персей,
 - 3) Стрелец.
- г) Первый телескоп изобрёл:
- 1) Архимед,
 - 2) Галилей,
 - 3) Ломоносов.
- д) Первый искусственный спутник Земли запущен:
- 1) 4 октября 1957 года в СССР,
 - 2) 7 октября 1959 года в США,
 - 3) 12 апреля 1961 года в СССР.
- е) Высота полёта Международной космической станции примерно равна:
- 1) 120 км,
 - 2) 350 км,
 - 3) 680 км.
- ж) Скорость движения Луны как спутника Земли:
- 1) меньше,
 - 2) равна,
 - 3) больше,
- первой космической скорости на Земле.

2. При наблюдении в телескоп можно разглядеть всё более мелкие детали на поверхности планет (горы, впадины). Тогда зачем наблюдать в телескоп звёзды, если они всё равно остаются точками?

3. Города Сиена и Александрия лежат на одном меридиане. В один из полдней солнце в Сиене находится точно в зените. В этот момент в Александрии солнечные часы высотой 10 м отбрасывают тень длиной 120 см. Определите радиус Земли, если расстояние между Сиеной и Александрией 750 км.

4. Пусть солнечное затмение происходит примерно в полдень. Как по движению Луны по диску Солнца определить, в каком полушарии Земли Вы находитесь: северном или южном? Радиус Земли 6 400 км, расстояние до Луны 380 000 км.

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- а) Ярчайшая звезда неба Сириус видна: б) Солнце расположено примерно:
- | | |
|-----------------------------------|---|
| 1) зимой в Нижегородской области, | 1) около центра Галактики, |
| 2) летом в Нижегородской области, | 2) посередине от центра к краю Галактики, |
| 3) только в южной части России. | 3) на окраине Галактики. |
- в) Пояс астероидов находится: г) Вокруг своей оси в противоположную сторону по сравнению с Землёй вращается:
- | | |
|-----------------------------|--------------|
| 1) между Землёй и Луной, | 1) Меркурий, |
| 2) между Марсом и Юпитером, | 2) Венера, |
| 3) за Плутоном. | 3) Нептун. |
- д) Солнечные лучи освещают: е) Свет распространяется от Солнца до Земли примерно:
- | | |
|--|------------------|
| 1) меньше половины, | 1) за 2 секунды, |
| 2) ровно половину, | 2) за 8 минут, |
| 3) больше половины, поверхности Земли. | 3) за полчаса. |
- ж) Скорость Международной космической станции превышает скорость звука у поверхности Земли примерно:
- 1) в 25 раз, 2) в 250 раз, 3) в 2 500 раз.

2. Во сколько раз бóльший груз могла бы перевезти одна и та же баржа на Луне, чем на Земле (если бы на Луне была жидкая вода)? Ускорение свободного падения на Луне в 6 раз меньше, чем на Земле.

3. Оцените, во сколько раз тепловыделение на Солнце (от термоядерных реакций) отличается от тепловыделения человека в расчёте на 1 кг вещества. Для поддержания своей температуры человеку с массой 70 кг необходимо потреблять в сутки пищу с энергетическим содержанием около 2000 килокалорий (1 калория = 4,2 Дж). На Земле на 1 м² падает поток солнечного излучения 1,4 кВт, расстояние от Земли до Солнца 150 млн. км, масса Солнца $2 \cdot 10^{27}$ тонн. Площадь сферы радиуса r равна $4\pi r^2$.

4. Активная галактика выбрасывает сгусток вещества со скоростью 0,9 от скорости света c под углом 45° к направлению на Землю. С какой скоростью необходимо запустить из той же галактики второй сгусток перпендикулярно к направлению на Землю, чтобы видимые на Земле изображения обоих сгустков совпадали в любой момент времени? При каких условиях может существовать второй сгусток с требуемой скоростью?

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- | | |
|---|---|
| <p>а) По современным представлениям Вселенная расширяется:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) с замедлением, 2) с постоянным темпом, 3) с ускорением. | <p>б) Центр нашей Галактики находится в направлении созвездия:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Волосы Вероники, 2) Стрелец, 3) Дева. |
| <p>в) В будущем Солнце станет:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) белым карликом, 2) нейтронной звездой, 3) чёрной дырой. | <p>г) Наиболее горячие звёзды:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) белые, 2) красные, 3) голубые. |
| <p>д) Размер нейтронной звезды порядка:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Нижнего Новгорода, 2) Земли, 3) Солнца. | <p>е) Видимая поверхность Юпитера:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) твёрдая, 2) жидкая, 3) газообразная. |
- ж) Международная космическая станция совершает за сутки вокруг Земли примерно:
- 1) 4 оборота,
 - 2) 16 оборотов,
 - 3) 64 оборота.

2. Космический корабль должен изменить направление своего движения на противоположное. Как следует выполнять такой манёвр, чтобы минимизировать расход горючего:

- а) развернуть корабль по полуокружности с постоянной скоростью,
- б) остановить корабль и затем разогнать его в противоположном направлении до прежней скорости?

Считать, что в обоих случаях расход топлива составит много меньше массы корабля, а двигатели работают в одинаковом режиме (масса выбрасываемых газов в единицу времени и их скорость относительно корабля постоянны).

3. Простейший телескоп (Галилея) представляет собой две фокусирующие линзы с некоторыми фокусными расстояниями f_1 и f_2 . Линзы располагают в трубе на расстоянии $d = f_1 + f_2$ (конфокальная конфигурация). Чему равно угловое увеличение телескопа, которое показывает, во сколько раз увеличивается видимый в телескоп угол между двумя объектами по сравнению с истинным угловым расстоянием между объектами на небе?

4. В настоящее время космический аппарат Вояджер покинул Солнечную систему и находится от нас на расстоянии примерно 100 астрономических единиц. Определите, где светлее: в полнолуние на Земле или на аппарате Вояджер, освещаемом Солнцем, и во сколько раз? Считать блеск Луны в полнолуние равным $-12,7^m$, а блеск Солнца на Земле $-26,7^m$.

1. а) 2) Млечный путь.

б) 3) Страх и ужас. Известно слово «фобия» — страх, боязнь.

в) 3) Стрелец. Одно из созвездий зодиака.

г) 2) Галилей. 2009 год астрономии был посвящён 400-летию первого телескопа.

д) 1) 4 октября 1957 года в СССР.

е) 2) 350 км.

ж) 1) Меньше. С первой космической скоростью летают спутники около поверхности Земли. По мере увеличения расстояния до Земли скорость спутников уменьшается (по аналогии с планетами в Солнечной системе).

2. Чтобы разглядеть звёзды, не видимые невооружённым глазом, а также разрешить кратные звёзды.

Телескоп собирает свет с большей площади, чем глаз, и тем самым увеличивает принимаемый световой поток. Это позволяет человеку увидеть более слабые звёзды, не видимые невооружённым глазом. Вместе с тем телескоп увеличивает видимое угловое расстояние между небесными объектами, поэтому становится возможным различить отдельные звёзды в кратных звёздных системах.

3. 6 300 км.

Вертикаль в Александрии (линия центр Земли—Александрия) отклоняется от направления на Солнце на угол $\alpha = \operatorname{arctg}(l/h)$, где $l = 120$ см — длина тени от солнечных часов высотой $h = 10$ м. В свою очередь, направление на Солнце совпадает с направлением линии центр Земли—Сиена. Таким образом угол между линиями центр Земли—Александрия и центр Земли—Сиена совпадает с углом α . Тогда расстояние 750 км между городами совпадает с длиной дуги окружности вдоль поверхности Земли $D = \alpha R_3$. Следовательно, искомый радиус Земли $R_3 = D/\alpha = D/\operatorname{arctg}(l/h) \underset{l \ll h}{\approx} Dh/l = 750 \cdot 10/1,2 = 6\,300$ км.

4. Если тень движется справа налево, то в северном полушарии. Если слева направо — в южном.

Если бы Земля не вращалась вокруг своей оси, то в полдень лунная тень бежала по поверхности Земли в сторону вращения Луны вокруг Земли — преимущественно с запада на восток со скоростью, равной скорости движения Луны по орбите $v_L = 2\pi R_L/T_L$, где $R_L = 380\,000$ км — радиус орбиты Луны, $T_L = 28$ суток — период обращения Луны вокруг Земли.

Земля вращается вокруг своей оси также с запада на восток. Скорость вращения на экваторе составляет $v_3 = 2\pi R_3/T_3$, где $R_3 = 6\,400$ км — радиус Земли, $T_3 = 1$ сутки — период вращения Земли. При смещении от экватора скорость суточного вращения уменьшается из-за приближения точки наблюдения к оси земного вращения.

Таким образом, на экваторе отношение скоростей

$$v_{\text{л}}/v_{\text{з}} = (R_{\text{л}}/R_{\text{з}}) \cdot (T_{\text{з}}/T_{\text{л}}) = (380\,000/6\,400) \cdot (1/28) \approx 2 > 1$$

и может только увеличиваться при смещении от экватора. Следовательно, земное вращение не мешает лунной тени смещаться с запада на восток в любой точке наблюдения.

Тогда, если солнечное затмение происходит около полудня, то Луна проходит по Солнцу с запада на восток. Такое движение соответствует перемещению Луны по диску Солнца справа налево в северном полушарии, где Солнце находится на юге. В южном полушарии Луна движется слева направо.

1. а) 1) **Зимой в Нижегородской области.**

б) 2) **Посередине от центра к краю.** Радиус Галактики 15 килопарсек, расстояние от Солнца до центра Галактики 8 килопарсек.

в) 2) **Между Марсом и Юпитером.**

г) 2) **Венера.** Противоположное вращение вызвано взаимодействием с Землёй. После максимального сближения планет Венера как бы «оглядывается» на Землю, которая отстаёт в своём орбитальном движении вокруг Солнца.

д) 3) **Больше половины.** Траектории солнечных лучей преломляются в земной атмосфере и освещают часть поверхности, которая была бы тёмной в отсутствие атмосферы.

е) 2) **За 8 минут.** Расстояние до Солнца 150 млн. км, скорость света 300 тыс. км/с.

ж) 1) **В 25 раз.** Скорость станции примерно равна первой космической скорости 7,9 км/с, а скорость звука 330 м/с.

2. **Масса максимального перевозимого груза одинакова на Земле и Луне.**

Сила тяжести, действующая на баржу и груз, компенсируется силой давления жидкости — силой Архимеда. В свою очередь, сила давления жидкости равна силе тяжести вытесненной баржей воды. Таким образом, масса баржи с грузом равна массе вытесненной воды. Максимальная масса вытесняемой воды определяется формой баржи и не зависит от силы тяжести, т. е. одинакова на Земле и Луне. Следовательно, максимальная возможная масса перевозимого груза одинакова на Земле и Луне.

3. **Ответ: в 7 000 раз меньше.**

Мощность тепловыделения человека с массой $m = 70$ кг на единицу массы составляет $\eta_{\text{ч}} = (Q_{\text{ч}}/m)/1 \text{ сут} = [4,2 \cdot (2 \cdot 10^6)/70]/(24 \cdot 3600) \text{ Вт/кг} \approx 1,4 \text{ Вт/кг}$, где $Q_{\text{ч}} = 2000 \text{ ккал} = 4,2 \cdot (2 \cdot 10^6) \text{ Дж}$ — энергия, которую потребляет человек с пищей и в итоге расходует на тепловыделение, $1 \text{ сут} = 24 \cdot 3600 \text{ с}$ — время, в течение которого расходует указанная энергия.

Выделяемая в Солнце энергия из-за термоядерных реакций в итоге расходуется на излучение. Поток энергии излучения равен, например, потоку через сферу с радиусом орбиты Земли $r = 150$ млн. км и площадью $S = 4\pi r^2$ — $P_{\odot} = JS = J \cdot (4\pi r^2) = 4 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$. Тогда мощность тепловыделения от термоядерных реакций на единицу массы составляет $\eta_{\odot} = P_{\odot}/M_{\odot} = 4\pi r^2 J/M_{\odot} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Вт/кг}$, что в 7 000 раз меньше, чем удельное тепловыделение человека.

4. **Ответ: 1,75с, такой сгусток не существует из-за превышения скорости света.**

Изображения сгустков совпадут, если излучаемый вторым сгустком луч в направлении на Землю постоянно проходит сквозь первый сгусток.

Пусть некоторый импульс света от второго сгустка проходит сквозь первый сгусток на расстоянии L от центра галактики. Тогда импульс света прошёл между двумя траекториями расстояние $L \cos \theta$, где $\theta = 45^\circ$ — наклон траектории первого сгустка к линии галактика—Земля. Время распространения от второй до первой траектории составит $t_{\text{распр}} = L \cos(\theta)/c$. В свою очередь, свет вышел с траектории второго сгустка на расстоянии $L \sin \theta$ и, следовательно, был излучён в момент времени $t_{\text{изл}} = L \sin(\theta)/v_2$ после выброса сгустков, где v_2 — скорость второго сгустка. Таким образом, свет второго сгустка пересекает траекторию первого сгустка в момент $t = t_{\text{изл}} + t_{\text{распр}} = L [c^{-1} \cos(\theta) + v_2^{-1} \sin(\theta)]$.

Первый сгусток окажется в точке пересечения в тот же момент t , если $v_1 t = L$, где $v_1 = \eta c$ — скорость первого сгустка (по условию задачи $\eta = 0,9$). Необходимое равенство $v_1 L [c^{-1} \cos(\theta) + v_2^{-1} \sin(\theta)] = L$ не зависит от расстояния L и определяет искомую скорость $v_2 = \{[v_1^{-1} - c^{-1} \cos(\theta)]/\sin(\theta)\}^{-1} = v_1 \sin(\theta)/[1 - v_1 \cos(\theta)/c] = c\eta \sin(\theta)/[1 - \eta \cos(\theta)] = c \cdot 0,9 \cdot 0,707/[1 - 0,9 \cdot 0,707] = 1,75c$. Требуемая скорость v_2 превышает скорость света, поэтому второй сгусток не может существовать ни при каких условиях.

Таким образом, изображение первого сгустка, выброшенного под углом к направлению на Землю с досветовой скоростью, эквивалентно изображению сверхсветового сгустка, движущегося перпендикулярно к лучу зрения. Такой явление называют сверхсветовым разлётом. Оно наблюдается в релятивистских джетах (струях) активных ядер галактик.

1. а) 3) С ускорением. Всё более быстрое расширение обусловлено «антигравитацией», вызванной тёмной энергией.

б) 2) Стрелец.

в) 1) Белым карликом.

г) 3) Голубые. С увеличением температуры максимум излучения звезды смещается от длинных волн (красных) к более коротким (синим).

д) 1) Нижнего Новгорода.

е) 3) Газообразная. Юпитер не имеет твёрдой поверхности в отличие от планет земной группы.

ж) 2) 16 оборотов. Период обращения станции 92 минуты, искомое число оборотов за сутки $24 \cdot 60 \text{ мин} / 92 \text{ мин} \approx 16$.

2. Способом б) — затормозить и затем разогнать корабль.

Поскольку двигатели работают в одинаковом режиме, то в обоих случаях они создают одинаковую силу F , не зависящую от времени. В случае а) сила направлена перпендикулярно скорости корабля и создаёт центростремительное ускорение $a = F/m$. В свою очередь, центростремительное ускорение связано с радиусом окружности r соотношением $a = v^2/r$, что позволяет выразить радиус окружности как $r = v^2/a = mv^2/F$. Время движения по полуокружности длины πr составит $t_{\text{окр}} = \pi r/v = \pi mv/F$.

В случае б) сила направлена против начального движения корабля, и корабль движется равнозамедленно с ускорением $a = F/m$, где m — масса корабля. Корабль затормозит от начальной скорости v до остановки за время $v/a = mv/F$. Точно такое же время корабль будет ускоряться до начальной скорости, и общее время манёвра составит $t_{\text{прям}} = 2mv/F$.

Таким образом, манёвр а) требует в $t_{\text{окр}}/t_{\text{прям}} = \pi/2 \approx 1,5$ раза большее время, чем манёвр б). Следовательно, более короткий манёвр б) обеспечивает меньший расход топлива.

3. Ответ: f_1/f_2 .

Почти параллельный пучок лучей от звезды, распространяющийся под углом α к оптической оси телескопа, собирается в фокальной плоскости входной (первой) линзы на расстоянии $h = f_1 \operatorname{tg} \alpha \underset{\alpha \ll 1}{\approx} \alpha f_1$ от той же оптической оси. Выходная (вторая) линза преобразует полученное в фокальной плоскости изображение в параллельный пучок лучей, идущих под углом $\beta = \operatorname{arctg}(h/f_2) \underset{h/f_2 \ll 1}{\approx} h/f_2 = \alpha f_1/f_2$ к оптической оси телескопа. Таким образом, на выходе из телескопа лучи от звёзд распространяются под f_1/f_2 раза большими углами к оптической оси по сравнению с исходными лучами до телескопа. Во столько же раз увеличиваются и видимые углы между звёздами.

4. Светлее на Вояджере в 40 раз.

Поток через сферу, окружающую Солнце, не зависит от радиуса сферы. Поэтому солнечный поток, проходящий через единицу поверхности сферы (например 1 м^2), обратно

пропорционален площади сферы, которая, в свою очередь, пропорциональна квадрату радиуса сферы. Тогда освещённость — солнечный поток через единицу поверхности на Вояджере в $100^2 = 10^4$ раз меньше, чем на Земле. Уменьшение поверхностной плотности потока в 10 раз соответствует увеличению видимой звёздной величины на 2,5. Соответственно, видимая звёздная величина Солнца на Вояджере составит $-26,7^m + 4 \cdot 2,5 = -16,7^m$. Таким образом, Солнце на Вояджере выглядит на 4 звёздных величины ярче, чем Луна на Земле в полнолуние. Указанное отличие в 4 звёздных величины соответствует отличию освещённостей в $10^{(4/2,5)} = 10^{1,6} \approx 40$ раз.