Условия и решение задач
Открытой городской олимпиады по астрономии, астрофизике
и физике космоса им. Михаила Михайловича Кобрина
21 января 2018 г.

8–9 классы

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

а) Сколько звёзд в Солнечной системе:
1) ни одной;
2) одна;
3) две;
4) три?

б) Расстояние от Земли до Солнца равно:
1) 1 астрономической единице;
2) 1 парсеку;
3) 1 световому году;
4) 380 тыс. км?

в) Самая яркая звезда на небе находится в созвездии:
1) Большой Пёс;
2) Лебедь;
3) Лира;
4) Орион?

г) Какая из планет обращается вокруг Солнца «лёжа на боку»:
1) Юпитер;
2) Сатурн;
3) Уран;
4) Нептун?

д) Полярная звезда находится в созвездии:
1) Большая Медведица;
2) Кассиопея;
3) Пегас;
4) Малая Медведица?

е) Какой из объектов не является звездой:
1) Альдебаран;
2) Вега;
3) Денеб;
4) Седна?

ж) Какой небесный объект всегда находится на одной и той же высоте над горизонтом в Нижнем Новгороде:
1) Луна; 2) далёкий квазар; 3) Полярная звезда;
4) Туманность Андромеды?

2. Одна морская миля определена как расстояние в одну угловую минуту большого круга на поверхности земного шара. Выразите одну морскую милю в километрах, если длина экватора составляет 40 тыс. км.

3. При наблюдениях с Земли в телескоп за планетой у одной из соседних звёзд выяснилось, что за время полного оборота вокруг центральной звезды планета успевает повернуться к наблюдателю одной и той же точкой на своём экваторе ровно четыре раза. Сколько экваториальных суток длится полный год на данной планете? Рассмотреть варианты, когда планета вращается вокруг своей оси и по орбите вокруг звезды:
а) в одну сторону (например, по часовой стрелке);
б) в противоположные стороны (например, по и против часовой стрелки).
Считать, что плоскость планетарного экватора совпадает с плоскостью орбиты планеты.

4. Что больше: кинетическая энергия вращения Солнца вокруг своей оси или кинетическая энергия движения Юпитера по орбите вокруг Солнца? Солнце обращается вокруг своей оси за 1 месяц. В свою очередь, Юпитер совершает оборот вокруг Солнца за 12 лет по орбите, радиус которой примерно в 1 000 раз больше радиуса светила. Масса Юпитера примерно в 1 000 раз меньше солнечной массы.

10 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

а) Газовая оболочка вокруг ядра кометы:
   1) Апекс;
   2) Квазар;
   3) Кома;
   4) Корона?

б) Млечный Путь на небе проходит:
   1) по зодиакальному кругу;
   2) вдоль галактического экватора;
   3) вдоль небесного экватора;
   4) вдоль эклиптики?

в) В новолуние месяц восходит над горизонтом:
   1) днём;
   2) вечером;
   3) ночью;
   4) утром?

г) Наиболее сильно изменяют длительность земных суток:
   1) антропогенная деятельность;
   2) лунные приливы;
   3) магнитные бури;
   4) падающие метеориты?

д) Какая планета вращается вокруг своей оси в противоположную сторону, чем остальные:
   1) Сатурн;
   2) Юпитер;
   3) Земля;
   4) Венера?

е) Первую удачную (безаварийную) посадку на Венеру совершил аппарат:
   1) Венера-9;
   2) Венера-экспресс;
   3) Кассини;
   4) Маринер-2?

ж) Смена времён года в Нижнем Новгороде происходит вследствие:
   1) годового цикла светимости Солнца;
   2) изменения расстояния от Земли до Солнца;
   3) наклона земной оси к плоскости эклиптики;
   4) прецессии плоскости земной орбиты вокруг Солнца?

2. Космический радиоинтерферометр «Радиоастрон» позволяет получать изображения с разрешением 7 микросекунд дуги. Какова должна быть масса чёрной дыры в центре галактики M87 (одна из самых массивных в местном сверхскоплении галактик), чтобы радиоинтерфермотр разглядел ближайшую окрестность этой дыры. Галактика M87 находится в 60 млн световых лет от Земли. На условной поверхности чёрной дыры вторая космическая скорость равна скорости света $c = 300$ тыс. км/с. Массу чёрной дыры выразите в массах Солнца, если известно, что радиус чёрной дыры солнечной массы равен 3 км.

3. Пульсар PSR J1748$-$2446ad вращается вокруг своей оси с периодом $T = 1{,}4$ миллисекунды (это пример наиболее быстрого вращения среди известных звёзд). Оцените минимальную допустимую среднюю плотность указанного пульсара, при которой силы гравитации ещё удержат звезду от разлёта. Гравитационная постоянная $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг$\cdot$с^2), объём шара радиуса r равен $4\pi r^3/3$.

4. Звезда медленно теряет свою массу за счёт звёздного ветра. Найти, как зависят от оставшейся массы звезды:

а) радиус круговой орбиты планеты; б) период обращения планеты вокруг светила.
В данном процессе для планеты выполняется второй закон Кеплера: секторная скорость сохраняется постоянной при изменении массы звезды. В начальный момент времени радиус круговой орбиты планеты R_0, масса звезды M_0.

11 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

а) Какое ядро не может образоваться в результате термоядерного синтеза:
1) железо;
2) титан;
3) углерод;
4) все могут?

б) Наиболее сильное магнитное поле обнаружено у планеты:
1) Земля;
2) Юпитер;
3) Сатурн;
4) Уран?

в) Галактика Млечный Путь:
1) клочковатая;
2) линзовидная;
3) спиральная;
4) эллиптическая?

г) В 2017 году Нобелевская премия по физике присуждена за обнаружение:
1) гравитационных волн;
2) реликтового излучения;
3) ускоренного расширения Вселенной;
4) экзопланет?

д) Если бы Земля перешла на орбиту с вдвое большим радиусом, то её сила притяжения к Солнцу уменьшилась:
1) в 4 раза;
2) в $2^{3/2}$ раз;
3) в 2 раза;
4) в $2^{1/2}$ раз?

е) Периодические переменные звёзды, блеск которых изменяется с периодом в несколько суток:
1) новые;
2) пульсары;
3) сверхновые;
4) цефеиды?

ж) Какая из реакций даёт основной вклад в энерговыделение Солнца:
1) $n \to p + e^- + \bar{\nu}$; 2) $2\mathrm{H}_2 + \mathrm{O}_2 \to 2\mathrm{H}_2\mathrm{O}$; 3) $^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{He} \to {}^4\mathrm{He} + 2p$;
4) $^{235}\mathrm{U} + n \to {}^{236}\mathrm{U}^* \to {}^{144}\mathrm{Ba}^* + {}^{89}\mathrm{Kr}^* + 3n$?

2. Оцените минимальную температуру водородной атмосферы, которую уже не могут удержать: а) Солнце; б) белый карлик; в) нейтронная звезда. Масса Солнца $M_\odot = 2{\cdot}10^{30}$ кг, белого карлика — $0{,}5M_\odot$, нейтронной звезды — $1{,}5M_\odot$. Радиус Солнца 700 тыс. км, белого карлика — 10 тыс. км, а нейтронной звезды — 10 км. Масса атома водорода (протона) $m = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг, гравитационная постоянная $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг $\cdot$ с^2), постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

3. Экспедиция отправляется к далёкой звёздной системе. На каком максимальном расстоянии от родного дома сентиментальный штурман всё ещё сможет разглядеть в иллюминатор невооружённым глазом удаляющееся Солнце? Ответ выразите в астрономических единицах. Видимая звёздная величина Солнца на Земле $m_\odot = -26{,}7$. Человек видит самые слабые звёзды с блеском $m = +6{,}5$. Для объектов с принимаемыми световыми потоками F_1 и F_2 разность их звёздных величин m_1 и m_2 определена равенством $m_1 - m_2 = -2{,}5\lg(F_1/F_2)$.

4. Оцените максимальное электрическое напряжение (в системе отсчёта, связанной с Землёй), которое возникает между различными точками металлического корпуса спутника из-за наличия магнитного поля Земли с индукцией порядка 50 микротесла. Примите диаметр спутника равным 1 м. Спутник находится на низкой экваториальной орбите и движется примерно с первой космической скоростью 8 км/с.

1. а) 2) Одна — Солнце.
б) 1) 1 астрономической единице.
в) 1) Большой Пёс.
г) 3) Уран.
д) 4) Малая Медведица.
е) 4) Седна.
ж) 3) Полярная звезда.

2. 1,85 км.

Длина большого круга составляет 360°, и в одном градусе 60 угловых минут. Поэтому в большом круге $360 \cdot 60 = 21\,600$ угловых минут. Экватор представляет собой пример большого круга. Следовательно, одна морская миля равна 40 000 км/21 600 = 1,85 км.

3. а) Трое суток при сонаправленном вращении.
б) Пять суток при ретроградном вращении.

Без потери общности будем считать, что в экзопланетную новогоднюю полночь рассматриваемая точка обращена к Земле. Условие задачи означает, что за один год полуось «центр планеты — точка на экваторе» поворачивается относительно полуоси «звезда — Земля» на угол $360° \times n$, где $n = 4$. Соответственно, в момент времени t, отсчитываемый от новогодней полночи, угол между указанными полуосями составляет величину $360° \times n \times t/T$, где T — длительность одного года.

Указанный угол представляет собой сумму углов «Земля — звезда — центр планеты» и угла Φ между полуосями «звезда — центр планеты» и «центр планеты — точка на экваторе» при сонаправленном суточном и орбитальном вращении планеты. При ретроградном вращении вместо суммы углов следует взять их разность. В свою очередь, угол «Земля — звезда — центр планеты» изменяется на 360° за год и поэтому в произвольный момент t равен $360° \times t/T$. Тогда угол Φ равен $360° \times (n-1) \times t/T$ в случае сонаправленного вращения и $360° \times (n+1) \times t/T$ в случае ретроградного вращения.

Одним суткам соответствует изменение угла Φ на 360°. Поскольку за один год угол Φ изменяется на величину $360° \times (n-1)$ в случае сонаправленного вращения и $360° \times (n+1)$ в случае ретроградного вращения, то один год длится соответственно $n-1$ и $n+1$ суток в указанных случаях. В частном примере $n = 4$ получаем соответственно 3 и 5 суток.

4. Кинетическая энергия вращения Солнца больше энергии Юпитера.

Юпитер проходит длину своей орбиты $L_{\text{Ю}}$ за время $t_{\text{Ю}} = 12$ лет. Тогда его скорость $v_{\text{Ю}}$ равна $L_{\text{Ю}}/t_{\text{Ю}}$, а кинетическая энергия $K_{\text{Ю}} = M_{\text{Ю}}v_{\text{Ю}}^2/2 = M_{\text{Ю}}L_{\text{Ю}}^2/(2t_{\text{Ю}}^2)$, где $M_{\text{Ю}}$ — масса Юпитера.

Точки на экваторе Солнца проходят путь L_{C}, равный длине экватора, за время $t_{\text{C}} = 1$ мес. $= 1/12$ года. Соответственно, скорость экваториальных точек v_{C} равна $L_{\text{C}}/t_{\text{C}}$. Если бы все точки Солнца двигались с указанной скоростью v_{C}, то кинетическая энергия вращения светила составила бы величину $K_{\text{C}\,\max} = M_{\text{C}}v_{\text{C}}^2/2 = M_{\text{C}}L_{\text{C}}^2/(2t_{\text{C}}^2)$, где M_{C} — масса Солнца. Точки вне экватора на поверхности и внутри светила движутся медленнее, поэтому кинетическая энергия вращения Солнца K_{C} меньше величины $K_{\text{C}\,\max}$.

Для оценки найдём сначала отношение кинетических энергий $K_{\text{С}\max}$ и $K_{\text{Ю}}$:

$$\frac{K_{\text{С}\max}}{K_{\text{Ю}}} = \frac{M_{\text{С}} L_{\text{С}}^2/(2t_{\text{С}}^2)}{M_{\text{Ю}} L_{\text{Ю}}^2/(2t_{\text{Ю}}^2)} = \frac{M_{\text{С}} r_{\text{С}}^2 t_{\text{Ю}}^2}{M_{\text{Ю}} r_{\text{Ю}}^2 t_{\text{С}}^2} = \frac{M_{\text{С}}}{M_{\text{Ю}}} \left(\frac{r_{\text{С}}}{r_{\text{Ю}}}\right)^2 \left(\frac{t_{\text{Ю}}}{t_{\text{С}}}\right)^2 =$$
$$= 1\,000 \times \frac{1}{1\,000^2} \times \left(\frac{12\ \text{лет}}{1/12\ \text{года}}\right)^2 = 144^2/1\,000 \approx 20 \gg 1. \quad (1)$$

В промежуточных преобразованиях в формуле (1) использовано то обстоятельство, что длина L окружности пропорциональна её радиусу r. Поэтому отношение длин L_1/L_2 двух произвольных окружностей равно отношению их радиусов r_1/r_2.

Полученное отношение (1) существенно превышает единицу (в 20 раз), поэтому учёт более медленного вращения приполярных областей и недр Солнца, а также увеличения плотности светила к центру не повлияет на заключение, что кинетическая энергия вращения Солнца больше.

Решение задач 10 класса

1. а) 3) Кома.
б) 2) Вдоль галактического экватора.
в) 4) Утром.
г) 2) Лунные приливы.
д) 4) Венера.
е) 1) Венера-9.
ж) 3) Наклона земной оси к плоскости эклиптики.

2. Больше 3,2 млрд масс Солнца.

Диаметр $2r$ чёрной дыры должен быть таким, чтобы видимый угловой размер дыры $2r/L$ с указанного расстояния

$$L = 60 \text{ млн св. лет} = (60 \cdot 10^6) \times (3 \cdot 10^5 \text{ км/с}) \times (365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}) = 5{,}67 \cdot 10^{20} \text{ км}$$

превышал разрешение

$$\theta = 7 \text{ микросекунд дуги} = (\pi/180) \times (7 \cdot 10^{-6})/(60 \cdot 60) \text{ рад} = 3{,}39 \cdot 10^{-11} \text{ рад}$$

радиоинтерферометра «Радиоастрон»:

$$2r/L > \theta. \tag{1}$$

Одинаковая вторая космическая скорость реализуется на поверхности тел, массы которых линейно пропорциональны их радиусам. Поэтому радиус r чёрной дыры пропорционален её массе M в первой степени и составляет величину $r_\odot\,(M/M_\odot)$, где $r_\odot = 3$ км — радиус чёрной дыры солнечной массы, $M_\odot$ — масса Солнца. Подставляем выражение $r = r_\odot\,(M/M_\odot)$ в неравенство (1), что даёт искомое ограничение на массу чёрной дыры:

$$\frac{M}{M_\odot} > \frac{L\theta}{2r_\odot} = \frac{(5{,}67 \cdot 10^{20} \text{ км}) \times (3{,}39 \cdot 10^{-11} \text{ рад})}{2 \cdot 3 \text{ км}} = 3{,}2 \cdot 10^9.$$

Данная величина полностью соответствует современным представлениям о сверхмассивных чёрных дырах в центральных галактиках сверхскоплений. Поэтому радиоинтерферометр «Радиоастрон» способен разглядеть окрестности чёрной дыры в галактике M87.

3. $\mathbf{7{,}2 \cdot 10^{16}}$ кг/м^3.

Для удержания вещества от разлёта ускорение свободного падения на поверхности пульсара $g = GM/R^2$ (совместно с нормальной реакцией ниже лежащих слоёв звезды) должно обеспечивать необходимое максимальное центростремительное ускорение $a = V^2/R = (2\pi R/T)^2/R = 4\pi^2 R/T^2$ точек на экваторе, где M — масса пульсара, R — его радиус, $V = 2\pi R/T$ — экваториальная скорость. Выражаем массу M в виде $4\pi R^3\rho/3$ через плотность вещества ρ, что даёт эквивалентное выражение для ускорения свободного падения $g = 4\pi G\rho R/3$. Тогда указанное выше условие $g > a$ даёт искомое ограничение снизу на плотность вещества

$$\rho > \frac{3\pi}{GT^2} = \frac{3 \times 3{,}14}{[6{,}7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)] \times (1{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ с})^2} = 7{,}2 \cdot 10^{16} \text{ кг/м}^3.$$

4. а) Радиус $\boldsymbol{R = R_0 M_0/M \propto M^{-1}}$;

б) период $\boldsymbol{T = T_0 M_0^2/M^2 \propto M^{-2}}$,

где $\boldsymbol{M}$ — оставшаяся масса звезды, $\boldsymbol{T_0 = 2\pi/\sqrt{GM_0/R_0^3}}$ — начальный период.

Медленная потеря звёздной массы означает, что планета успевает обернуться много раз вокруг светила за время уменьшения массы звезды, например, вдвое. В таком случае орбита планеты остаётся круговой, поскольку отсутствует какое-либо выделенное направление для ориентации большой оси эллиптической орбиты (в отличие от случая мгновенного изменения массы звезды). При движении по кругу радиуса R со скоростью V секторальная скорость (площадь, заметаемая отрезком «звезда — планета» в единицу времени) составляет величину $VR/2$ и в силу своего постоянства равна начальному значению $V_0R_0/2$, что задаёт равенство произведений

$$VR = V_0 R_0. \tag{2}$$

В свою очередь, уравнение Ньютона связывает центростремительное ускорение V^2/R планеты и силу гравитационного притяжения между звездой и планетой, делённой на массу планеты:

$$\frac{V^2}{R} = \frac{GM(t)}{R^2}\,, \tag{3}$$

где M — масса звезды в момент времени t, G — гравитационная постоянная. Делим левую и правую части уравнения Ньютона (3) на соответствующие части того же уравнения в начальный момент времени, что исключает гравитационную постоянную из части последующих выражений:

$$\frac{V^2}{R}\bigg/\frac{V_0^2}{R_0} = \frac{M(t)}{R^2}\bigg/\frac{M_0}{R_0^2}\,.$$

Подставляем в последнее равенство скорость $V = V_0R_0/R$, выраженную с помощью формулы (2), что определяет искомую зависимость для радиуса орбиты

$$R = R_0 M_0/M \propto M^{-1}. \tag{4}$$

Искомый период T обращения планеты равен длине орбиты $2\pi R$, делённой на скорость планеты V, которая согласно уравнению Ньютона (3) равна $\sqrt{GM/R}$:

$$T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi R}{\sqrt{GM/R}} = \frac{2\pi\,(R/R_0)^{3/2}}{(M/M_0)^{1/2}\sqrt{GM_0/R_0^3}} = \frac{M_0^2}{M^2}\frac{2\pi}{\sqrt{GM_0/R_0^3}} \propto M^{-2},$$

где в промежуточных преобразованиях радиус R заменён на его временну́ю зависимость (4). В полученном выражении для периода T величина $2\pi/\sqrt{GM_0/R_0^3}$ есть не что иное, как начальный орбитальный период планеты T_0.

Решение задач 11 класса

1. а) 4) Все могут.
б) 2) Юпитер.
в) 3) Спиральная.
г) 1) Гравитационных волн.
д) 1) В 4 раза.
е) 4) Цефеиды.
ж) 3) $^3\mathbf{He} + {}^3\mathbf{He} \to {}^4\mathbf{He} + 2\boldsymbol{p}$.

2. а) $\mathbf{1{,}6 \cdot 10^7}$ К для Солнца;
б) $\mathbf{5{,}5 \cdot 10^8}$ К для белого карлика;
в) $\mathbf{1{,}7 \cdot 10^{12}}$ К для нейтронной звезды.

Тепловая энергия $mv_T^2/2$ одной частицы (атома водорода или протона) составляет $3kT/2$, что определяет характерную тепловую скорость v_T как $\sqrt{3kT/m}$. Звезда не удержит атмосферу, в которой характерная тепловая скорость одной частицы $v_T = \sqrt{3kT/m}$ превышает вторую космическую скорость $\sqrt{2GM/R}$, где T — температура атмосферы, M и R — масса и радиус звезды. Указанное условие определяет искомую нижнюю границу температуры

$$T = \frac{2GMm}{3kR}\,.$$

Подставляем в полученную формулу параметры звёзд: для Солнца

$$T_\text{С} = \frac{2 \times [6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \text{м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)] \times (2 \cdot 10^{30}\ \text{кг}) \times (1{,}7 \cdot 10^{-27}\ \text{кг})}{3 \times (1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К}) \times (7 \cdot 10^8\ \text{м})} = 1{,}6 \cdot 10^7\ \text{К};$$

для белого карлика

$$T_\text{бк} = \frac{2 \times [6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \text{м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)] \times (0{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{30}\ \text{кг}) \times (1{,}7 \cdot 10^{-27}\ \text{кг})}{3 \times (1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К}) \times (10^7\ \text{м})} = 5{,}5 \cdot 10^8\ \text{К};$$

для нейтронной звезды

$$T_\text{нз} = \frac{4 \times [6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \text{м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)] \times (1{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{30}\ \text{кг}) \times (1{,}7 \cdot 10^{-27}\ \text{кг})}{3 \times (1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К}) \times (10^4\ \text{м})} = 1{,}7 \cdot 10^{12}\ \text{К}.$$

В случае нейтронной звезды тепловая энергия протона при минимальной температуре $T_\text{нз}$ достигает почти четверти от его энергии покоя mc^2:

$$\frac{3kT_\text{нз}/2}{mc^2} = \frac{GM_\text{нз}}{R_\text{нз}c^2} = \frac{[6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \text{м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)] \times (1{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{30}\ \text{кг})}{(10^4\ \text{м}) \times (3 \cdot 10^8\ \text{м/с})^2} = 0{,}22,$$

где $c = 300$ тыс. км/с — скорость света. Такое соотношение означает, что радиус $R_\text{нз}$ нейтронной звезды с массой $M_\text{нз} = 1{,}5M_\odot$ всего лишь в 2 раза превышает радиус чёрной дыры $2GM_\text{нз}/c^2 = 4{,}5$ км с той же массой $M_\text{нз}$.

3. $\mathbf{4{,}4 \cdot 10^6}$ а. е.

Через произвольную сферу, окружающую Солнце, проходит одинаковый поток излучения. Поэтому принимаемый поток солнечного излучения на расстоянии R от светила пропорционален отношению фиксированной площади приёмника $s_\text{пр}$ (например, зрачка глаза) к площади сферы радиуса R. Поскольку площадь указанной сферы пропорциональна квадрату её характерного линейного размера — радиуса, то принимаемый поток F обратно пропорционален квадрату расстояния R до Солнца. Тогда отношение принимаемых потоков F_1 и F_2 на расстояниях R_1 и R_2 равно обратному отношению квадратов расстояний:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}\,. \tag{1}$$

Подставляем в определение разности звёздных величин $m_1 - m_2 = -2{,}5\lg(F_1/F_2)$ отношение потоков (1) на земной орбите и на максимальном расстоянии $R_{\max}$ видимости Солнца штурманом:

$$m_\odot - m = -2{,}5\lg\left[\left(\frac{R_{\max}}{1\text{ а. е.}}\right)^2\right],$$

из чего находим искомое расстояние

$$\frac{R_{\max}}{1\text{ а. е.}} = 10^{(m-m_\odot)/5} = 10^{[6{,}5-(-26{,}7)]/5} = 10^{6{,}64} = 4{,}4\cdot 10^6.$$

По значениям в километрах для астрономической единицы 1 а. е. = 150 млн км и светового года 1 св. год = (300 тыс. км/с) $\times$ ($365\cdot 24\cdot 3600$ с) = $9{,}5\cdot 10^{12}$ км можно определить расстояние $R_{\max}$ в световых годах:

$$\frac{R_{\max}}{1\text{ св. год}} = \frac{R_{\max}}{1\text{ а. е.}}\times\frac{1\text{ а. е.}}{1\text{ св. год}} = 4{,}4\cdot 10^6\times\frac{1{,}5\cdot 10^8\text{ км}}{9{,}5\cdot 10^{12}\text{ км}} \approx 70\text{ св. лет.}$$

4. 0,4 вольта.

На экваторе индукция $\vec{B}$ магнитного поля направлена вдоль поверхности Земли по линиям «юг — север». В таком случае спутник летит строго перпендикулярно линиям индукции. На свободные заряды (электроны) в корпусе спутника действует сила Лоренца $|qvB|$, направленная вертикально (вниз к Земле для электронов в случае движения спутника с запада на восток; $q < 0$ — заряд электрона, v — скорость спутника). Под действием силы Лоренца электроны перераспределяются в корпусе до тех пор, пока возникшее из-за перераспределения зарядов электрическое поле $\vec{E}$ не создаст силу $|qE|$, которая скомпенсирует силу Лоренца $|qvB|$. Таким образом, создаваемая электронами напряжённость электрического поля направлена вертикально вниз (как и сила Лоренца), а её абсолютная величина E равна vB. Таким образом, пространственно однородное в пределах корпуса спутника электрическое поле создаёт разность потенциалов $U = ED$ между самой низкой и высокой точками спутника:

$$U = ED = vBD = (8\cdot 10^3\text{ м/с})\times(50\cdot 10^{-6}\text{ Тл})\times(1\text{ м}) = 0{,}4\text{ В},$$

где D — диаметр спутника.