

Условия и решение задач  
Открытой городской олимпиады по астрономии, астрофизике  
и физике космоса им. Михаила Адольфовича Миллера  
02 февраля 2014 г.

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- |  |   |
|--|---|
| <p>а) Самая яркая звезда, видимая в феврале в Нижегородской области:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Арктур;</li> <li>2) Бетельгейзе;</li> <li>3) Вега;</li> <li>4) Сириус?</li> </ol> | <p>б) Земля находится ближе всего к Солнцу:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) зимой;</li> <li>2) весной;</li> <li>3) летом;</li> <li>4) осенью?</li> </ol>  |
| <p>в) Времена года наиболее резко отличаются:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) на Меркурии;</li> <li>2) на Венере;</li> <li>3) на Земле?</li> </ol>                                     | <p>г) Какая из муз покровительствует астрономии:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Каллиопа;</li> <li>2) Клио;</li> <li>3) Терпсихора;</li> <li>4) Урания?</li> </ol>   |
| <p>д) Когда нижегородцы движутся быстрее вокруг Солнца:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) утром;</li> <li>2) днём;</li> <li>3) вечером;</li> <li>4) ночью?</li> </ol>                    | <p>е) Первая женщина-космонавт, вышедшая в открытый космос:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Салли Райд;</li> <li>2) Светлана Савицкая;</li> <li>3) Кэтрин Салливан;</li> <li>4) Валентина Терешкова?</li> </ol> |
- ж) На каком из спутников установлен рентгеновский телескоп:
- 1) Гершель;    2) Интеграл;    3) Спитцер;    4) Хаббл?

2. Две космические экспедиции высадились на планету Тигуан на одинаковых зондах и обнаружили, что кто-то частично похитил их топливо, и они не могут покинуть планету по-отдельности. На первом зонде не хватает 6 брикетов горючего, а на втором — 1 брикета. Тогда они решили объединить горючее и взлететь на одном зонде. Но у них всё равно это не получилось. Каково минимальное количество брикетов, при котором зонд может покинуть планету?

3. Сила тяжести на Луне всего в 6 раз меньше земного значения. Однако давление воздуха на Луне меньше земного не в 6, а в существенно большее число раз. Объясните настолько резкое уменьшение давления.

4. Во время солнечного затмения на экваторе была сплошная облачность. Поэтому над головой наблюдателя по облакам пробежала тень Луны: будто сверху закрылась «шторка». С какой скоростью двигалась эта шторка? Радиус орбиты Луны 380 000 км, длина земного экватора 40 000 км. Длина окружности с радиусом  $r$  равна  $2\pi r$ , где  $\pi \approx 3,14$ .

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- |  |  |
|--|--|
| <p>а) Если Земля поменяет направление движения вокруг Солнца, то сутки:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) уменьшатся на 8 минут;</li> <li>2) уменьшатся на 4 минуты;</li> <li>3) увеличатся на 4 минуты;</li> <li>4) увеличатся на 8 минут?</li> </ol> | <p>б) По какому созвездию проходит годовой путь Солнца на небе:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Большая Медведица;</li> <li>2) Возничий;</li> <li>3) Волопас;</li> <li>4) Змееносец?</li> </ol>      |
| <p>в) Если на фотоснимке неба север указан сверху, то восток отмечен:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) справа;</li> <li>2) внизу;</li> <li>3) слева?</li> </ol>   | <p>г) Полярную звезду можно увидеть севернее:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Северного полярного круга;</li> <li>2) Северного тропика;</li> <li>3) экватора;</li> <li>4) Южного тропика?</li> </ol> |
| <p>д) Полная Луна восходит:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) в 6 утра;</li> <li>2) в полдень;</li> <li>3) в 6 вечера;</li> <li>4) в полночь?</li> </ol>   | <p>е) Греками и троянцами в Солнечной системе называют:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) астероиды на орбите Юпитера;</li> <li>2) метеорные потоки;</li> <li>3) кольца Сатурна?</li> </ol>            |
- ж) Магнитные бури на Земле обусловлены:
- 1) гравитационными волнами в ионосфере;
  - 2) солнечным ветром;
  - 3) антициклонами в атмосфере;
  - 4) электрическими токами в Земле?

2. Межпланетный аппарат запускается к карликовой планете Церера в поясе астероидов, которая находится на расстоянии 2,8 а. е. от Солнца. Ближайшая к Солнцу точка орбиты аппарата (перигелий) находится на Земле, а точка наибольшего удаления (афелий) — на Церере. Сколько времени займёт такой полёт к карликовой планете?

3. На олимпиаде в Сочи фигуристы будут выполнять прыжки в 4 оборота. Сколько оборотов могли бы совершить фигуристы в прыжке, если бы олимпиада проводилась на Луне? На крытом лунном катке поддерживается земное давление воздуха для нормального дыхания. Ускорение свободного падения на Луне в 6 раз меньше земного.

4. Автоматическая межпланетная станция фотографирует Плутон в двух точках своей траектории. Вторая точка удалена от Плутона в два раза дальше, чем первая. Как необходимо изменить время выдержки фотографии, чтобы во второй точке получить изображение с тем же контрастом Плутона на фоне неба, что и в первой точке?

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- а) Луна находилась в наивысшей точке над горизонтом ровно в полночь с субботы на воскресенье. Тогда предыдущая кульминация была:
- 1) в пятницу;
  - 2) в субботу;
  - 3) в воскресенье;
  - 4) в понедельник?
- б) Радиолокатор принимает сигнал, отражённый от пролетающего вблизи Земли астероида, через 0,667 с после его излучения. Тогда расстояние до астероида:
- 1) 50 тыс. км;
  - 2) 100 тыс. км;
  - 3) 200 тыс. км?
- в) При излучении гравитационных волн двойной звёздной системой скорость вращения звёзд:
- 1) увеличивается;
  - 2) уменьшается;
  - 3) остаётся неизменной?
- г) За счёт энергии гравитационного сжатия светит:
- 1) протозвезда;
  - 2) Солнце;
  - 3) белый карлик;
  - 4) нейтронная звезда?
- д) Реликтовым называют излучение:
- 1) далёких звёзд;
  - 2) далёких галактик;
  - 3) оставшееся от Большого взрыва?
- е) Внутри космического корабля выполняются:
- 1) закон Паскаля и закон Архимеда;
  - 2) только закон Паскаля;
  - 3) только закон Архимеда?
- ж) Космологическим красным смещением называют:
- 1) видимое покраснение звёзд из-за рассеяния на межзвёздной пыли;
  - 2) увеличение длины волны света при распространении от чёрной дыры;
  - 3) увеличение длины волны света из-за расширения вместе со Вселенной?

2. В экспедиции Gemini 11 1966 года два околоземных космических корабля с массой 3,5 т каждый были соединены между собой тросом с длиной 30 м. Такое соединение стабилизировало движение кораблей строго друг над другом. Найдите силу натяжения троса в эксперименте. Радиус Земли 6400 км.

3. Двойная система состоит из одинаковых белых карликов с массой 0,5 массы Солнца каждый, которые вращаются на постоянном расстоянии 1 а. е. относительно друг от друга. Определите период гравитационных волн, испускаемых такой системой.

4. Оцените кинетическую энергию  $E$  частицы космических лучей, которая может удерживаться в нашей Галактике межзвёздным магнитным полем с индукцией  $10^{-10}$  Тл. Диаметр Галактики принять равным 90 тыс. световых лет. Энергия  $E = pc$  релятивистской частицы пропорциональна её импульсу  $p$  и скорости света  $c = 300\,000$  км/с. Электрический заряд частицы считать равным элементарному заряду  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Ответ выразите в электронвольтах:  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж.

1. а) 4) Сириус.
- б) 1) Зимой.
- в) 3) На Земле.
- г) 4) Урания.
- д) 4) Ночью.
- е) 2) Светлана Савицкая.
- ж) 2) Интеграл.

## 2. 6 брикетов.

На втором зонде не хватало одного брикета горючего. Поэтому если бы на первом зонде остался хотя бы один брикет, то его было достаточно для взлёта второго зонда. Следовательно, на первом зонде не осталось ни одного брикета. По условию задачи первому зонду требовались 6 брикетов для взлёта. Таким образом, именно на 6 брикетах экспедиции могли бы покинуть планету.

**3. Уменьшение силы тяжести (и ещё радиуса тела при той же силе тяжести) уменьшают вторую космическую скорость, так что молекулы покидают космическое тело.**

## 4. 530 м/с.

Тень от Луны перемещается по облакам также, как тень от высоко летящего самолёта. Следовательно, скорость тени совпадает со скоростью Луны-самолёта за вычетом скорости земной поверхности вместе с облаками под этим «самолётом». Длина орбиты Луны составляет  $2\pi \cdot 380\,000 \text{ км} \approx 2,39 \cdot 10^6 \text{ км}$ , и спутник проходит это расстояние примерно за 4 недели  $= 4 \cdot 7 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \approx 2,42 \cdot 10^6 \text{ с}$ . Поэтому скорость Луны-самолёта

$$v_{\text{Л}} = \frac{2,39 \cdot 10^6 \text{ км}}{2,42 \cdot 10^6 \text{ с}} = 0,99 \text{ км/с.}$$

В свою очередь, земная поверхность движется в своём суточном вращении в ту же сторону с запада на восток, что и тень Луны, совершает полный оборот в длину экватора 40 000 км за одни сутки и поэтому перемещается со скоростью

$$v_{\text{З}} = \frac{40\,000 \text{ км}}{24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ с}} \approx 0,46 \text{ км/с.}$$

Получаем искомую скорость движения тени по облакам

$$v_{\text{Т}} = v_{\text{Л}} - v_{\text{З}} = 0,53 \text{ км/с} = 530 \text{ м/с.}$$

Скорость тени превышает скорость звука 330 м/с примерно в полтора раза. Таким образом, тень Луны перемещается по облакам с запада на восток как сверхзвуковой самолёт (с так называемым числом Маха 1,5).

## Решение задач 10 класса

1. а) 1) Уменьшатся на 8 минут.  
б) 4) Змееносец.  
в) 3) Слева.  
г) 3) Севернее экватора  
д) 3) В 6 вечера  
е) 1) Астероиды на орбите Юпитера.  
ж) 2) Солнечным ветром.

### 2. 1,3 года.

После разгона на Земле аппарат летит с выключенными двигателями, поэтому его траектория представляет собой «половину» замкнутого эллипса (в соответствии с первым законом Кеплера). Большая ось этого эллипса начинается в точке старта на Земле, проходит через Солнце (фокус эллипса) и заканчивается в точке посадки на Церере. Таким образом, длина  $2a$  большой оси эллиптической траектории равна сумме расстояний  $R_З = 1$  а. е. и  $R_Ц = 2,8$  а. е. от Солнца до Земли и Цереры соответственно:

$$2a = R_З + R_Ц = 3,8 \text{ а. е.}$$

Полный оборот по замкнутому эллипсу любое тело совершало бы за время  $2T$ , которое связано третьим законом Кеплера с периодом обращения 1 год Земли по своей орбите:

$$\left( \frac{2T}{1 \text{ год}} \right)^2 = \left( \frac{2a}{2R_З} \right)^3.$$

Искомое время полёта составляет половину периода обращения по замкнутому эллипсу:

$$T = \frac{1}{2} \left( \frac{2a}{2R_З} \right)^{3/2} \text{ лет} = \frac{(3,8/2)^{3/2}}{2} \text{ лет} = 1,3 \text{ года.}$$

### 3. Больше 24 оборотов (примерно 34).

Число оборотов в прыжке определяется скоростью вращения в момент отрыва от льда и длительностью полёта в прыжке.

Скорость вращения, по-видимому, не связана принципиально с силой тяжести и определяется мускульной силой спортсмена. Спортсмен поворачивает своё тело относительно ступни и лезвия на льду в сторону вращения в прыжке, а лёд препятствует вращению лезвия (или смещению зубца коньков) в противоположном направлении. В итоге закручивающей внешней силой становится неоднородная реакция льда поперёк лезвия конька в так называемых рёберных прыжках и реакция льда на «воткнутый» в лёд зубец в зубцовых прыжках.

Длительность полёта  $t = 2v/g$  прямо пропорциональна начальной вертикальной скорости  $v$  спортсмена и обратно пропорциональна ускорению свободного падения  $g$ . Вертикальная скорость возникает, например, за счёт выпрямления обеих ног (или одной ноги, а также вспомогательных разгибания тела из согнутого положения, махов свободной ноги и рук): во всех случаях нормальная реакция льда  $P$  увеличивается выше силы тяжести  $mg$ , где  $m$  — масса спортсмена. На практике можно видеть, что толчок и последующий полёт

до наивысшей точки в прыжке длятся по порядку величины одинаковое время: реакция льда придаёт начальную вертикальную скорость за то же характерное время, за которое потом сила тяжести тормозит спортсмена на пути до вершины прыжка. Это свидетельствует о том, что нормальная реакция льда превышает силу тяжести в течение толчка примерно на величину той же силы тяжести. Последняя оценка соответствует тому, что спортсмен может приседать со штангой на плечах с массой порядка массы спортсмена.

Характерное вертикальное ускорение центра масс фигуриста в течение толчка составляет  $a = (P - mg)/m$ . За время толчка (выпрямления ног) центр масс поднимается на фиксированную высоту  $h$  порядка половины длины бедра. Поскольку высота  $h = a\tau^2/2$ , то характерная длительность толчка  $\tau = \sqrt{2h/a}$  и приобретаемая вертикальная скорость  $v = a\tau = \sqrt{2ha} \propto \sqrt{P/m - g}$ . Полагаем, что выпрямлением ног спортсмен способен создать одинаковый вес  $P = \alpha mg_3$  на Луне и Земле, где постоянная  $\alpha = 1 \div 2$ ,  $g_3$  — ускорение свободного падения на Земле. Тогда вертикальная скорость на Луне после толчка  $v_L$  превышает аналогичную скорость на Земле  $v_3$  в

$$\frac{v_L}{v_3} = \frac{\sqrt{\alpha g_3 - g_L}}{\sqrt{(\alpha - 1)g_3}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^{-1}}} \text{ раз}$$

(здесь  $g_L$  — ускорение свободного падения на Луне).

Длительность полёта в прыжке  $t = 2v/g$  возрастает на Луне примерно в  $(g_3/g_L)/\sqrt{1 - \alpha^{-1}} = 6/\sqrt{1 - \alpha^{-1}} > 6$  раз. Поэтому максимальное возможное число оборотов в прыжке на Луне превышает  $4 \cdot 6 = 24$ . Для прыжков с максимальным возможным числом оборотов фактор  $\alpha$  достигает характерного значения 2. Поэтому максимальное возможное число оборотов в прыжке оцениваем как  $4 \times 6 \sqrt{2} \approx 34$ .

О биомеханике прыжков см. А. Н. Мишин «Биомеханика движений фигуриста» и «Прыжки в фигурном катании»: [www.tulup.ru/articles/294/analiz\\_tehniki\\_pryzhkov.html](http://www.tulup.ru/articles/294/analiz_tehniki_pryzhkov.html) и [www.tulup.ru/articles/32/tolchok.html](http://www.tulup.ru/articles/32/tolchok.html)

#### 4. Оставить выдержку неизменной.

Контраст изображения определяется энергией излучения, которая приходит на один светочувствительный элемент приёмника (например, один пиксел цифровой матрицы).

Через любую замкнутую сферу, окружающую Плутон, проходит одинаковый поток энергии излучения  $F$ . Поэтому на все светочувствительные элементы через объектив поступает поток энергии  $f = F(\sigma/S) \propto 1/R^2$ , который определяется площадью объектива  $\sigma$  и уменьшается обратно пропорционально площади сферы  $S$ , а следовательно — квадрату расстояния  $R$  до Плутона.

В свою очередь, радиус изображения Плутона уменьшается обратно пропорционально  $R$ , а площадь изображения — обратно пропорционально  $R^2$ . Таким образом, число светочувствительных элементов, в пределах изображения Плутона, уменьшается также, как и суммарный поток  $f$ , фокусируемый на эти элементы объективом. Следовательно, на один светочувствительный элемент в пределах изображения Плутона попадает одинаковый поток энергии независимо от расстояния до космического тела. В таком случае выдержку необходимо оставлять неизменной, чтобы один светочувствительный элемент засвечивался до одного и того же уровня на разных расстояниях до Плутона.

1. а) 1) В пятницу (ближайшую).

б) 2) 100 тыс. км.

в) 1) Увеличивается.

г) 1) Протозвезда.

д) 3) Оставшееся от Большого взрыва.

е) 2) Только закон Паскаля.

ж) 3) увеличение длины волны света из-за расширения вместе со Вселенной.

## 2. 0,24 Н.

В отсутствие троса корабль на более низкой орбите опережал бы соседний корабль (по аналогии с Солнечной системой, где более близкая к Солнцу планета опережает в своём орбитальном движении более далёкую планету). Трос препятствует расхождению кораблей и подтягивает их до положения друг над другом. Корабли движутся по своим круговым орбитам с радиусами  $R + l/2$  и  $R - l/2$  под действием силы тяжести и силы натяжения троса  $T$ . Здесь  $l$  — длина троса,  $R$  — радиус орбиты центра троса. Центробежные ускорения аппаратов  $\omega^2 (R + l/2)$  и  $\omega^2 (R - l/2)$  подчиняются 2-му закону Ньютона:

$$\omega^2 (R + l/2) = \frac{GM}{(R + l/2)^2} + T/m; \quad \omega^2 (R - l/2) = \frac{GM}{(R - l/2)^2} - T/m,$$

где  $m$  — масса корабля,  $M$  — масса Земли,  $G$  — гравитационная постоянная. Сложение уравнений даёт квадрат угловой скорости обращения системы вокруг Земли:

$$\omega^2 = \frac{GM(R^2 + l^2/4)}{R(R^2 - l^2/4)^2} \approx \frac{GM}{R^3} \approx \frac{g}{R_3},$$

где  $g = GM/R_3^2$  — ускорение свободного падения на поверхности Земли,  $R_3$  — радиус Земли. Разность уравнений движения определяет искомую силу натяжения троса:

$$T = \frac{m\omega^2 l}{2} + \frac{GMmlR}{(R^2 - l^2/4)^2} \approx \frac{mgl}{2R_3} + \frac{mgl}{R_3} = \frac{3l}{2R_3} mg = 0,24 \text{ Н.}$$

Полученная сила натяжения равна силе тяжести груза с массой 24 г на поверхности Земли. Такая сила не вытягивает трос в прямую линию, что и наблюдалось на орбите.

## 3. Половина земного года.

Белые карлики вращаются по круговым орбитам с радиусом  $r = R/2$  вокруг общего центра масс, который расположен по середине между ними ( $R = 1$  а. е.). Сила гравитационного взаимодействия звёзд  $Gm^2/R^2$  определяет центростремительное ускорение каждой звезды:

$$\omega^2 r = \frac{Gm}{R^2}$$

и период обращения вокруг центра масс

$$t = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{Gm/(rR^2)}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2Gm/R^3}} = \frac{2\pi}{\sqrt{GM/R^3}},$$



где  $M = 2m$  — суммарная масса звёздной системы, равная массе Солнца,  $G$  — гравитационная постоянная. В свою очередь, выражение для периода обращения Земли вокруг Солнца имеет тот же вид, что и для найденного времени  $t$ , с теми же численными значениями. Поэтому период обращения белых карликов равен 1 земному году.

Излучение гравитационных волн определяется изменением распределения масс в системе. Соответственно, период излучения совпадает с временем, через которое распределение масс возвращается в одно и то же состояние. Для одинаковых звёзд распределение масс повторяется через половину периода обращения системы (звёзды меняются местами, а распределение масс не меняется). Поэтому период излучаемых гравитационных волн равен половине года.

Для звёзд с разными массами период гравитационных волн остаётся равным половине периода обращения звёздной системы. Это объясняется тем, что каждая звезда излучает гравитационную волну, напряжённость которой пропорциональна массе и ускорению звезды, т. е. внешней силе. По третьему закону Ньютона эти силы в сумме равны нулю для замкнутой системы. Поэтому так называемое дипольное излучение гравитационных волн на основной частоте вращения системы отсутствует (взаимно компенсируется от разных звёзд в системе). Излучение возникает на гармониках основной частоты вращения начиная со второй, т. е. на половине периода вращения звёздной системы.

#### 4. Меньше $1,3 \cdot 10^{19}$ эВ.

Если частица с зарядом  $e$  движется со скоростью  $v$  поперёк магнитного поля с индукцией  $B$ , то на неё действует сила Лоренца  $F = evB$ . Сила Лоренца направлена перпендикулярно скорости частицы, как центростремительное ускорение. Поэтому частица движется по окружности (с так называемым ларморовским радиусом). Изменение импульса частицы  $d\vec{p}/dt$  направлено к центру окружности и равно  $\omega p$  (по аналогии с центростремительным ускорением  $a = \omega v$ ), где  $\omega$  — круговая частота вращения по окружности (так называемая гирочастота). Согласно второму закону Ньютона

$$\omega p = evB,$$

что определяет гирочастоту  $\omega = evB/p$  и ларморовский радиус

$$r = \frac{v}{\omega} = \frac{p}{eB}.$$

Межзвёздное магнитное поле удерживает частицу в Галактике, если диаметр ларморовской окружности  $2r$  меньше диаметра Галактики  $D$ . Поэтому в Галактике удерживаются частицы с энергией

$$E \equiv pc < eBDc/2.$$

Подставляем в последнее неравенство диаметр Галактики в виде  $D = ct$ , где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с — скорость света, а  $t = 9 \cdot 10^4$  лет  $= 9 \cdot 10^4 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600$  с  $= 2,8 \cdot 10^{12}$  с, и выражаем энергию в электрон-вольтах  $\mathcal{E}[\text{эВ}] = E[\text{Дж}]/e[\text{Кл}]$ , получаем максимальную энергию удерживаемых частиц

$$\mathcal{E}_{\max}[\text{эВ}] = B[\text{Тл}] \cdot (c[\text{м/с}])^2 \cdot t[\text{с}]/2 = 10^{-10} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot (2,8 \cdot 10^{12})/2 = 1,3 \cdot 10^{19}.$$

Эта величина приходится на так называемую «лодыжку» в распределении космических лучей по энергии (но не является её причиной). Частицы с меньшей энергией существенно отклоняются магнитным полем Галактики и направление их прихода на Землю не совпадает с направлением на источник (если источник внегалактический).