

Условия и решение задач  
Открытой городской олимпиады по астрономии, астрофизике  
и физике космоса им. Сергея Александровича Жевакина  
24 января 2016 г.

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- |   |  |
|---|--|
| <p>а) Самая тяжёлая планета в Солнечной системе:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Меркурий;</li> <li>2) Земля;</li> <li>3) Юпитер;</li> <li>4) Сатурн?</li> </ol>                              | <p>б) Какой из объектов не является спутником Юпитера:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Амальтея;</li> <li>2) Европа;</li> <li>3) Лиситея;</li> <li>4) Седна?</li> </ol>  |
| <p>в) В Нижегородской области полная Луна поднимается выше всего над горизонтом:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) зимой;</li> <li>2) весной;</li> <li>3) летом;</li> <li>4) осенью?</li> </ol> | <p>г) Большое Магелланово Облако — это:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) облако из астероидов и комет на периферии Солнечной системы;</li> <li>2) ближайшее к Земле шаровое скопление;</li> <li>3) спутник нашей Галактики;</li> <li>4) сверхскопление галактик?</li> </ol> |
| <p>д) Какое из перечисленных созвездий наименьшее по площади на небе:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Большая Медведица;</li> <li>2) Кассиопея;</li> <li>3) Пегас?</li> </ol>                 | <p>е) Видимая поверхность Урана:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) газообразная;</li> <li>2) жидкая;</li> <li>3) твёрдая?</li> </ol>   |
- ж) Расстояние от Калининграда до Владивостока:
- 1) меньше радиуса Земли;
  - 2) больше радиуса, но меньше диаметра Земли;
  - 3) больше диаметра Земли?

2. Пусть в вашем распоряжении есть визир (неподвижный объект), позволяющий фиксировать положение небесного светила. а) Какое минимальное время необходимо наблюдать за звездой (например, в созвездии Овна или Весов) без использования увеличительной оптики, чтобы заметить её видимое смещение, если разрешающая способность человеческого глаза примерно равна 1 угловой минуте дуги? б) Какое минимальное расстояние должно быть от глаза до визира, чтобы случайные смещения лица на 1 мм не влияли на оценку времени?

3. Из каких точек на Земле можно пройти 100 км на юг, затем 100 км на восток и далее, пройдя 100 км на север, оказаться в исходной точке? Указание: таких точек существенно больше, чем одна.

4. Каковы азимуты восхода Солнца для населённого пункта на экваторе в дни: а) весеннего равноденствия; б) осеннего равноденствия; в) летнего солнцестояния; г) зимнего солнцестояния, если Полярный круг проходит по широте 66,5 градуса?

Каждая задача оценивается в 7 баллов

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- |  |  |
|--|--|
| <p>а) Масса Юпитера в 1000 раз меньше массы Солнца. Во сколько раз сила притяжения Юпитером Солнца отличается от силы притяжения Солнцем Юпитера:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) силы одинаковы;</li> <li>2) в 1000 раз меньше;</li> <li>3) в 1000 раз больше?</li> </ol> | <p>б) На какие сутки после полного лунного затмения произошло бы полное солнечное затмение, если плоскости орбит Земли и Луны совпадали:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 7;</li> <li>2) 15;</li> <li>3) 27;</li> <li>4) 28?</li> </ol> |
| <p>в) Возраст Солнечной системы составляет примерно:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 15 млрд лет;</li> <li>2) 5 млрд лет;</li> <li>3) 500 млн лет;</li> <li>4) 6 тыс. лет?</li> </ol>  | <p>г) Луна вращается вокруг Земли со скоростью примерно:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 100 км/с;</li> <li>2) 10 км/с;</li> <li>3) 1 км/с;</li> <li>4) 100 м/с?</li> </ol>  |
| <p>д) Планета Солнечной системы с наибольшим числом спутников:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Нептун;</li> <li>2) Сатурн;</li> <li>3) Уран;</li> <li>4) Юпитер?</li> </ol>  | <p>е) Расстояние от Земли до Солнца составляет примерно 8 световых:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) секунд;</li> <li>2) минут;</li> <li>3) часов;</li> <li>4) дней?</li> </ol>   |
- ж) Если сжать Солнце до размера чёрной дыры, то Земля:
- 1) упадёт в чёрную дыру;
  - 2) покинет Солнечную систему;
  - 3) останется на своей орбите?

2. Диаметр шарообразного ядра кометы в 10 000 раз меньше диаметра Земли, а плотность вещества кометы в 5 раз меньше средней плотности Земли. Может ли человек удержаться на этом ядре при «ходьбе» с усилиями, как на Земле? Считайте, что при разгибании стопы центр тяжести человека поднимается на 5 см. На Земле ускорение свободного падения  $g_3 = 10 \text{ м/с}^2$ , а вторая космическая скорость — 11 км/с.

3. Система отсчёта, связанная с вращающейся вокруг своей оси Землёй, представляет собой так называемую неинерциальную систему отсчёта. В этой системе Солнце обращается вокруг Земли за 1 сутки в основном под действием сил инерции: противоположно направленным друг другу силы Кориолиса и центробежной силы. При этом сила Кориолиса в 2 раза превышает центробежную силу. Во сколько раз сила Кориолиса превышает силу гравитационного притяжения между Солнцем и Землёй, если масса Солнца в 333 000 раз больше массы Земли?

4. При движении в очень разреженных слоях атмосферы метеороид испаряется за счёт абсолютно неупругих столкновений молекул воздуха с ним (при этом молекулы не налипают на поверхность метеороида). Оцените относительное изменение скорости метеороида при уменьшении его массы в 2 раза. Начальная скорость метеороида  $v_0 = 40 \text{ км/с}$ , удельная энергия нагрева и испарения вещества метеороида  $c_{\text{исп}} = 8 \text{ МДж/кг}$ .

1. Выберите наиболее точный ответ на каждый вопрос.

- а) Диапазон длин волн оптического излучения простирается от 0,4 до 0,8:
- 1) ангстрема;
  - 2) нанометра;
  - 3) микрометра;
  - 4) миллиметра?
- б) В Солнечной системе самые высокие из обнаруженных гор находятся на:
- 1) Венере;
  - 2) Весте;
  - 3) Ио;
  - 4) Марсе?
- в) Если период обращения Юпитера вокруг Солнца составляет 12 лет, то среднее расстояние от Юпитера до Солнца:
- 1) 5,2 а. е.;
  - 2) 12 а. е.;
  - 3) 42 а. е.?
- г) Условная граница между атмосферой Земли и космосом находится на высоте:
- 1) 10 км;
  - 2) 100 км;
  - 3) 400 км;
  - 4) 10 тыс. км?
- д) Наиболее распространённый элемент в земной коре:
- 1) алюминий;
  - 2) железо;
  - 3) кислород;
  - 4) кремний?
- е) В честь кого пока не назвали космический телескоп:
- 1) Кеплера;
  - 2) Спитцера;
  - 3) Хаббла;
  - 4) Хокинга?
- ж) Ядра железа на Земле образовались:
- 1) в начале жизни Вселенной;
  - 2) при взрывах сверхновых;
  - 3) при рождении Солнца?

2. В планетной системе красного карлика Глизе 581, светимость которого составляет примерно 1,3 % от солнечной величины, обнаружена планета на расстоянии 0,07 астрономических единицы. Определите температуру на поверхности этой планеты, если для Земли соответствующая температура равна 14 °С. Подогрев планеты излучением от звезды компенсируется собственным излучением планеты, поток которого с единицы поверхности пропорционален абсолютной температуре планеты в четвёртой степени и не зависит от химического состава поверхности.

3. Чёрная дыра с массой  $M$  способна излучать фотоны с характерной длиной волны  $\lambda$  порядка её радиуса  $r_g = GM/c^2$  (так называемое излучение Хокинга), где  $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$  — гравитационная постоянная,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$  — скорость света. Один такой фотон излучается за время порядка своего периода  $1/\nu = \lambda/c$  и уносит энергию  $h\nu$ , в результате чего энергия чёрной дыры  $Mc^2$  уменьшается ( $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  — постоянная Планка). Определите допустимые массы так называемых реликтовых чёрных дыр, которые появились в самом начале существования Вселенной 14 млрд лет назад и не успели испариться к настоящему времени.

4. Согласно общей теории относительности, часы в гравитационном поле идут медленнее по сравнению с часами, находящимися вне этого поля. За время  $T$  часы в точке с гра-

витационным потенциалом  $U$  отстают от удалённых часов на интервал  $\Delta T = T|U|/c^2$ , где  $c = 300\,000$  км/с — скорость света в вакууме. Гравитационный потенциал совпадает по абсолютной величине с минимальной кинетической энергией, которая необходима телу единичной массы для ухода из данной точки на бесконечность. Оцените, на сколько отстанут часы на Земле за счёт гравитационного притяжения к центру Галактики (по сравнению с часами внегалактического наблюдателя) за один оборот Солнца вокруг центра Галактики. Солнце обращается вокруг центра Галактики по орбите с радиусом  $r = 25\,000$  световых лет со скоростью  $v = 220$  км/с. Для оценок считайте основную массу Галактики сосредоточенной в её центре.

1. а) 3) Юпитер.  
 б) 4) Седна.  
 в) 1) зимой.  
 г) 3) Спутник нашей Галактики.  
 д) 2) Кассиопея.  
 е) 1) Газообразная.  
 ж) 2) Больше радиуса, но меньше диаметра Земли.

2. а) Дольше 4 с. б) Дальше 3,4 м.

а) Искомое минимальное время — это время перемещения объекта на одну угловую минуту дуги, которое меньше 24 ч во столько раз, во сколько одна угловая минута меньше  $360^\circ$ :

$$t = (24 \cdot 3600 \text{ с}) / (360 \cdot 60) = 4 \text{ с.}$$

В задании указаны зодиакальные созвездия весеннего и осеннего равноденствий, которые расположены около небесного экватора. Для звёзд, близких к полюсам мира (например, к Полярной Звезде), время наблюдения увеличится.

б) Случайные перемещения лица должны быть меньше 1 угловой секунды относительно визира. Угол в 1 секунду дуги равен  $\pi / (180 \cdot 60)$  рад, тот же угол в радианах равен отношению смещения в 1 мм к минимальному расстоянию до визира  $l$ , что определяет искомое минимальное расстояние

$$l = (1 \text{ мм}) \cdot (180 \cdot 60 / \pi) \approx 3400 \text{ мм} = 3,4 \text{ м.}$$

3. Северный полюс и точки, удалённые от Южного полюса на расстояния  $l_n = 100 [1 + (2\pi n)^{-1}]$  км, где  $n$  — натуральное число.

Первый очевидный ответ — Северный полюс.

Остальные точки находятся вблизи Южного полюса и определяются тем, что участок движения на восток представляет собой целое число обходов вокруг Южного полюса. Возможные радиусы таких «кругосветных» траекторий равны  $100 \text{ км} / (2\pi n)$ , где  $n$  — натуральное число. Соответственно, искомые начальные точки в задаче удалены от Южного полюса на радиус какой-либо «кругосветной» траектории и ещё на 100-километровую длину участка движения на юг и на север:

$$l_n = 100 \left( 1 + \frac{1}{2\pi n} \right) \text{ км.}$$

4. а), б) В весеннее и осеннее равноденствие  $270^\circ$ . в) Летнее солнцестояние —  $293,5^\circ$ . г) Зимнее солнцестояние —  $246,5^\circ$ .

На экваторе ось мира проходит в плоскости местного горизонта: Полярная звезда находится на линии горизонта строго на севере. Соответственно, все звёзды, в том числе и Солнце, в течение суток обращаются вокруг «горизонтальной» оси мира. Угол между осью мира и направлением на Солнце постоянен в течение суток и совпадает, в частности, с направлениями на восход и заход Солнца относительно северного направления. Однако

угол между осью мира и направлением на Солнце есть не что иное, как угол между осью вращения Земли и направлением на Солнце.

В дни весеннего и осеннего равноденствий ось вращения Земли перпендикулярна направлению на Солнце, следовательно, Солнце восходит строго на востоке, а заходит — на западе (Солнце находится в созвездиях Овна и Весов, а последние всегда и везде восходят на востоке).

В дни зимнего и летнего солнцестояний ось вращения Земли образует минимальный угол с направлением на Солнце, который совпадает с широтой Полярного круга  $66,5^\circ$ . Летом Солнце смещено ближе к северному направлению оси мира, и в день летнего солнцестояния азимут захода —  $66,5^\circ$ , а восхода —  $360^\circ - 66,5^\circ = 293,5^\circ$ . В свою очередь, зимой Солнце смещено ближе к южному направлению оси мира, и в день зимнего солнцестояния азимут захода составляет  $180^\circ - 66,5^\circ = 113,5^\circ$ , а азимут восхода —  $180^\circ + 66,5^\circ = 246,5^\circ$ .

1. а) 1) Силы одинаковы.
- б) 2) 15 сутки.
- в) 2) 5 млрд лет.
- г) 3) 1 км/с.
- д) 4) Юпитер.
- е) 2) 8 минут.
- ж) 3) Останется на своей орбите.

## 2. Не сможет удержаться на комете.

Останется человек на комете или улетит с неё, определяется тем, превышает или нет приобретаемая им при ходьбе скорость вторую космическую скорость на комете. Удельная кинетическая энергия  $v_{II}^2/2$ , необходимая для преодоления притяжения космического объекта (половина квадрата второй космической скорости), равна удельной потенциальной энергии на поверхности объекта  $|U| = GM/r$  — гравитационному потенциалу, где  $G$  — гравитационная постоянная. Отношение удельных потенциальных энергий пропорционально отношению масс  $M$  космических объектов и обратно пропорционально отношению их радиусов  $r$  (или диаметров  $d = 2r$ ). В свою очередь, масса объекта  $M$  равна произведению его плотности  $\rho$  и объёма  $V$ . Последний пропорционален кубу диаметра. В результате отношение вторых космических скоростей пропорционально отношению квадратных корней плотностей объектов и отношению диаметров объектов. Соответственно, вторая космическая скорость на комете  $v_{IIком} = (11 \text{ км/с})/\sqrt{5}/10\,000 = 0,5 \text{ м/с}$ .

При ходьбе на Земле усилие стопы практически равно силе тяжести человека. Сила притяжения на комете существенно меньше силы тяжести на Земле, поэтому разгибание стопы с тем же усилием, что и на Земле, придаёт космонавту ускорение, равное ускорению свободного падения на Земле  $g_3$  (в пренебрежении массой скафандра). При подъёме на высоту  $h = 5 \text{ см}$  с ускорением  $g_3$  приобретает вертикальную скорость  $\sqrt{2g_3h} = 1 \text{ м/с}$ , которая превышает вторую космическую скорость.

Таким образом, космонавт не сможет удержаться на комете.

## 3. Сила Кориолиса превышает силу тяготения в $9 \cdot 10^{10}$ раз.

Движение Солнца в неинерциальной системе отсчёта, связанной с Землёй, представляет собой «быстрое» суточное вращение вокруг оси мира вместе с остальными звёздами, а также «медленное» периодическое годовое перемещение поперёк плоскости небесного экватора и постепенное отставание в суточном вращении от звёзд — перемещение по зодиакальным созвездиям. Суточное вращение Солнца обусловлено силой Кориолиса и центробежной силой, а более медленные движения — ещё и поступательной силой инерции, связанной с ускорением центра масс Земли в гравитационном поле Солнца.

Угол  $\phi$  между направлением на Солнце и осью мира есть не что иное, как угол между направлением на Солнце и осью вращения Земли. Это угол меняется в течение года (вместе с перемещением Солнца поперёк плоскости небесного экватора). Он достигает максимального значения  $90^\circ$  в дни весеннего и осеннего равноденствий (когда Солнце находится в плоскости небесного экватора в созвездиях Овна и Весов) и уменьшается до  $66,5^\circ = 90^\circ - 23,5^\circ$  в дни летнего и зимнего солнцестояний, когда Солнца поднимается (опускается) над плоскостью небесного экватора на максимальную высоту (глубину);



$23,5^\circ$  — угол наклона земной оси к плоскости эклиптики.

Таким образом, если расстояние  $r$  от Земли до Солнца принять постоянным, то расстояние  $r \sin \phi$  от Солнца до оси вращения — оси мира, — строго говоря, меняется в течение года. Однако последнее расстояние уменьшается от своего максимального значения менее чем на 10 %, поэтому для упрощения оценок пренебрежём этим изменением.

В таком случае Солнце совершает оборот вокруг Земли за одни сутки, что в 365 раз быстрее, чем годовое движение Земли вокруг Солнца в гелиоцентрической системе отсчёта. Соответственно, в геоцентрической системе скорость движения Солнца в 365 раз, а ускорение — в  $365^2$  раз больше соответствующих величин для Земли в гелиоцентрической системе отсчёта. Но ускорение Земли в гелиоцентрической системе вызвано гравитационным взаимодействием с Солнцем. Следовательно, сумма сил инерции, действующих на Солнце, больше силы гравитации в отношении ускорений и масс объектов  $365^2 \cdot 333\,000$  раз.

По условию задачи сила Кориолиса в 2 раза больше центробежной силы, следовательно, половина силы Кориолиса компенсирует центробежную силу, а вторая половина как раз и создаёт суммарную силу инерции, обеспечивающую необходимое центростремительное ускорение. Таким образом, сила Кориолиса в  $2 \cdot 365^2 \cdot 333\,000 = 9 \cdot 10^{10}$  раз больше силы гравитационного притяжения Солнца и Земли.

#### 4. Относительное изменение скорости метеороида

$$\Delta v/v_0 = c_{\text{исп}}/v_0^2 = (8 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг})/(40\,000 \text{ м/с})^2 = 5 \cdot 10^{-3}.$$

Решение задач 11 класса

1. а) 3) Микрометра.  
б) 2) Весте.  
в) 1) 5,2 а. е.  
г) 2) 100 км.  
д) 3) Кислород.  
е) 4) Хокинга.  
ж) 2) При взрывах сверхновых.

2. Температура поверхности планеты

$$T = (273 + 14) \cdot (0,013/0,07^2)^{1/4} = 366 \text{ К} = 93 \text{ }^\circ\text{С}.$$

3. Останутся реликтовые чёрные дыры с массой больше

$$M_{\text{мин}} = \left( \frac{hc^4 T}{G^2} \right)^{1/3} = \left( \frac{(6,6 \cdot 10^{-34}) (3 \cdot 10^8)^4 [14 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600]}{(6,7 \cdot 10^{-11})^2} \right)^{1/3} = \\ = 8 \cdot 10^{12} \text{ кг} = 8 \text{ млрд т.}$$

3. Часы отстанут на интервал

$$\Delta T = \left( \frac{2\pi r}{v} \right) \left( \frac{v^2}{c^2} \right) = 2\pi \left( \frac{r}{c} \right) \left( \frac{v}{c} \right) = 2\pi \times (25\,000 \text{ лет}) \times \frac{220 \text{ км/с}}{300\,000 \text{ км/с}} = 115 \text{ лет.}$$